



MATEMÁTICA COMERCIAL

I.1 – Introdução à Porcentagem

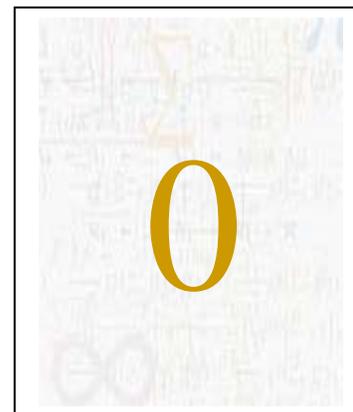
Um amigo diz a outro:

O meu aluguel subiu R\$ 200,00

O outro responde:

Só, o meu subiu R\$ 400,00.

Em valores absolutos, o que respondeu por último teve um acréscimo maior no aluguel, porém quanto cada um deles paga de aluguel? Em outras palavras qual foi o aumento relativo?



Para responder isto precisamos saber quanto cada um paga de aluguel.

Digamos que o primeiro pague R\$ 400,00 e o segundo R\$ 1.200,00 (mora numa mansão e é executivo de uma grande empresa):

Primeiro: $\frac{200}{400} = 0,5$ o aumento foi a metade do aluguel.

Segundo: $\frac{400}{1200} = 0,33..$ o aumento foi menos que a metade do aluguel.

Em termos relativos, o segundo sofreu um aumento menor no seu aluguel que o primeiro.

Este tipo de comparação é sempre necessário quando se tratam de valores base (aluguéis) diferentes.

É um costume expressar valores comparativos em termos de uma base 100¹. Assim, para cada R\$ 100,00 pagos de aluguel qual foi o acréscimo de cada um?

Primeiro: para cada R\$ 100,00 ele recebeu um acréscimo de R\$ 50,00 (metade) ou seja: $\frac{50}{100} = 0,50$

Segundo: para cada R\$ 100,00 ele recebeu um acréscimo de $\frac{1}{3} = 0,333$, R\$ 33,33.. ou seja: $\frac{33,33...}{100} = \frac{1}{3} = 0,33 ...$

I.1.1 – Definição de Porcentagem

Comparar um valor com 100 nada mais é que montar uma fração de denominador 100 (centesimal). Por exemplo:

$\frac{50}{100}$ significa tomar 50 para cada 100

$\frac{20}{100}$ significa tomar 20 para cada 100

Esta razão, com denominador 100, é chamada PORCENTAGEM e é representada pelo famoso símbolo %.

A razão (fração) é que se chama porcentagem, e podemos expressá-la de três formas diferentes:

¹ É comum, às vezes considerarmos a base 1.000. Temos tantas unidades por mil. Podemos considerar, milhão, bilhão, etc. Isto é comum em química, farmácia, etc.



Forma Principal: $\frac{50}{100}$

Forma Simbólica: 50%

Forma Decimal ou Unitária²: 0,50

Cálculo de uma Porcentagem

Para calcularmos uma porcentagem p% de um valor V, basta multiplicarmos a fração (p/100) por V.]

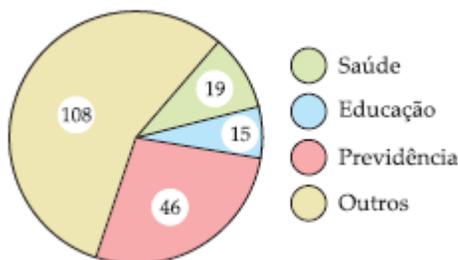
$$p\% \text{ de } V = \frac{p}{100} \cdot V$$

Exemplo:

$$23\% \text{ de } 240 = \frac{23}{100} \cdot 240 = 55,2.$$

Exercícios sobre Porcentagens

- Escrever sob a forma decimal (unitária) as seguintes porcentagens:
 - 23%
 - 130%
 - 0,5%
- (FUVEST – SP) – $(10\%)^2$ é igual a:
 - 100%
 - 20%
 - 5%
 - 1%
 - 0,1%.
- Quatro é quantos por cento de cinco?
- Quanto é 23% de 200.000?
- Em uma pesquisa de mercado, constatou-se inferiu-se através de uma amostra que 67% de uma população assistem a um certo programa de TV. Se a população é de 56.000 habitantes, quantas pessoas assistem ao tal programa?
- Quanto é 20% de 70%?
- (VUNESP-SP) – O gráfico publicado pela revista Veja, de 28/07/1999, mostra como são divididos os 188 bilhões de reais do orçamento da União entre os setores de Saúde, Educação, Previdência e outros.



Se os 46 bilhões de reais gastos com Previdência fossem totalmente repassados aos demais setores de modo que 50% fossem destinados à saúde, 40% à educação e os 10% aos outros, determine o aumento que o setor de Saúde teria:

- Em reais;
- Em porcentagem, em relação à sua dotação inicial, aproximadamente.

² Note que andamos com a vírgula duas casas para a esquerda.



8. (UNICAMP-SP) – Como se sabe, os icebergs são enormes blocos de gelo que se desprendem das geleiras polares e flutuam pelos oceanos. Suponha que a parte submersa de um iceberg corresponda a $\frac{8}{9}$ do seu volume total e que o volume da parte não submersa é de 135.000 m^3 .
- Calcule o volume total do iceberg.
 - Calcule o volume de gelo puro do iceberg supondo que 2% de seu volume total é constituído de “impurezas”, como matéria orgânica, ar e minerais.

I.2 – Lucro

Chamamos de LUCRO em uma transação comercial de compra e venda a diferença entre o preço de venda e o preço de custo.

$\text{LUCRO} = \text{Preço de Venda} - \text{Preço de Compra}$.

Caso essa diferença seja negativa, ela será chamada PREJUÍZO.

Assim, podemos escrever:

$\text{Preço de Custo} + \text{Lucro} = \text{Preço de Venda}$

$\text{Preço de Custo} - \text{Prejuízo} = \text{Preço de Venda}$

Podemos expressar o lucro na forma de porcentagem de duas formas³:

$$\text{Lucro sobre o Preço de Custo} = \frac{\text{Lucro}}{\text{Preço de Custo}} \cdot 100\%$$

$$\text{Lucro sobre o Preço de Venda} = \frac{\text{Lucro}}{\text{Preço de Venda}} \cdot 100\%$$

EXEMPLO

Uma mercadoria foi comprada por R\$ 500,00 e vendida por R\$ 800,00. Pede-se:

- O lucro obtido na transação;
- A porcentagem de lucro sobre o preço de custo;
- A porcentagem de lucro sobre o preço de venda.

Solução

- $\text{Lucro} = 800 - 500 = \text{R\$ } 300,00$
- $\text{Lucro sobre custo} = (300/500) \cdot 100 = 60\%$
- $\text{Lucro sobre venda} = (300/800) \cdot 100 = 37,5\%$

Exercícios sobre Lucro

- Um objeto custa R\$ 75,00 e é vendido por R\$ 100,00. Determine:
 - A porcentagem de lucro em relação ao preço de custo?

³ A mesma análise pode ser feita para o caso de prejuízo.



- b. A porcentagem de lucro em relação ao preço de venda?
2. (PUC-SP) – O preço de venda de um bem de consumo é R\$ 100,00. O comerciante tem um ganho de 25% sobre o preço de custo deste bem. O valor do preço de custo é:
 a. R\$ 25,00 b. R\$ 70,50 c. R\$ 75,00 d. R\$ 80,00 e. R\$ 125,00
3. (CESGRANRIO-RJ) – João vendeu dois rádios por preços iguais. Um deles foi vendido com lucro de 20% sobre o preço de custo e o outro com prejuízo de 20% sobre o preço de custo. No total, em relação ao capital investido, João:
 a. lucrou 4% b. lucrou 2% c. perdeu 4% d. perdeu 2% e. não lucrou e nem perdeu

I.3 – Aumento Porcentual ou Mark-Up

Consideremos um preço de custo (ou valor inicial) V_i que deve sofrer um aumento (remarcação) de $p\%$ sobre este preço de custo (ou inicial). Chamemos de MU o valor do aumento e V_f o valor após o aumento (ou preço de venda). Então,

$$MU = p\% \text{ de } V_i = \frac{p}{100} \cdot V_i$$

$$V_f = V_i + MU = V_i + \frac{p}{100} \cdot V_i = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot V_i$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Fator de aumento

Valor Inicial ou preço de custo	Mark-Up	Fator de Aumento	Valor Final ou Preço de venda
50	24%	1,24	1,24 . 50
40	5%	1,05	1,05 . 40
70	250%	3,5	3,50 . 70

I.4 – Desconto Porcentual ou Margem de Contribuição

Consideremos um preço de venda (ou valor final) V_i que deve sofrer um desconto de $p\%$ sobre este preço de venda (ou valor final). Chamemos de MC o valor do desconto e V_f o valor após o desconto. Então,

$$MC = p\% \text{ de } V_i = \frac{p}{100} \cdot V_i$$

$$V_f = V_i - MC = V_i - \frac{p}{100} \cdot V_i = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot V_i$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Fator de desconto



Valor Inicial ou Preço de Venda	Margem de Contribuição	Fator de Desconto	Valor Final após o desconto
50	24%	0,76	0,760 . 50
40	5%	0,95	0,950 . 40
70	250%	0,985	0,985 . 70

Exercícios sobre Aumento e Desconto Porcentual

- Dado o valor V , exprimir em função de V :
 - o valor de um aumento de 20%;
 - o valor após um aumento de 20%;
 - o valor de um desconto de 30%;
 - o valor após um desconto de 30%.
- (FUVEST – SP) Aumentando-se os lados a e b de um retângulo de 15% e 20%, respectivamente, a área do retângulo é aumentada de:
 - 35%
 - 30%
 - 3,5%
 - 3,8%
 - 38%
- Uma empresa admite um funcionário no mês de janeiro sabendo que, já em março, ele terá 40% de aumento. Se a empresa deseja que o salário desse funcionário, a partir de março, seja R\$ 3.500,00, com que salário deve admiti-lo?
- (VUNESP-SP) O dono de um supermercado comprou de seu fornecedor um produto por x reais (preço de custo) e passou a revendê-lo com lucro de 50%. Ao fazer um dia de promoções, ele deu aos clientes do supermercado um desconto de 20% sobre o preço de venda deste produto. Pode-se afirmar que, no dia de promoções, o dono do supermercado teve, sobre o preço de custo:
 - prejuízo de 10%.
 - prejuízo de 5%.
 - lucro de 20%.
 - lucro de 25%
 - lucro de 30%.

I.5 – Aumento e Descontos Sucessivos

Consideremos um valor inicial V_i que deve sofrer dois aumentos sucessivos de $p_1\%$ e $p_2\%$. Sendo V_1 o valor após o primeiro aumento, temos:

$$V_1 = V_i + \text{aumento1} = V_i + \frac{p_1}{100} \cdot V_i = \left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot V_i$$

Sendo V_2 o valor após o segundo aumento, temos:

$$V_2 = V_1 + \text{aumento2} = V_1 + \frac{p_2}{100} \cdot V_1 = \left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot V_1 = \underbrace{\left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_1}{100}\right)}_{\text{Fator de Aumento Sucessivo}} \cdot V_i$$

Consideremos um valor inicial V_i que deve sofrer dois descontos sucessivos de $p_1\%$ e $p_2\%$. Sendo V_1 o valor após o primeiro desconto, temos:



$$V_1 = V_i - \text{desconto1} = V_i - \frac{p_1}{100} \cdot V_i = \left(1 - \frac{p_1}{100}\right) \cdot V_i$$

Se V_2 o valor após o segundo desconto, temos:

$$V_2 = V_1 - \text{desconto2} = V_1 - \frac{p_2}{100} \cdot V_1 = \left(1 - \frac{p_2}{100}\right) \cdot V_1 = \underbrace{\left(1 - \frac{p_2}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{p_1}{100}\right)}_{\text{Fator de Aumento Sucessivo}} \cdot V_i$$

Fator de Aumento Sucessivo

Exercícios sobre Aumentos e Descontos Sucessivos

- (Mackenzie-SP) Um produto teve um aumento total de preço de 61% através de 2 aumentos sucessivos. Se o primeiro aumento foi de 15%, então o 2º foi de:
 - 38%
 - 40%
 - 42%
 - 44%
 - 46%
- (FUVEST-SP) Barnabé tinha um salário de x reais em janeiro. Recebeu aumento de 80% em maio e 80% em novembro. Seu salário atual é:
 - 2,56 x
 - 1,6 x
 - $x + 160$
 - 2,6 x
 - 3,24 x
- (VUNESP-SP) Uma instituição bancária oferece um rendimento de 15% ao ano para depósitos feitos numa certa modalidade de aplicação financeira. Um cliente deste banco deposita 1.000 reais nessa aplicação. Ao final de n anos, o capital que esse cliente terá em reais, relativo a esse depósito, é:
 - $1.000 + 0,15x$
 - $1.000 \cdot 0,15n$
 - $1.000 \cdot 0,15^n$
 - $1.000 + 1,15^n$
 - $1.000 \cdot 1,15^n$
- (PUC-SP) Descontos sucessivos de 20% e 30% são equivalentes a um único desconto de:
 - 25%
 - 26%
 - 44%
 - 45%
 - 50%
- (FUVEST-SP) A cada ano que passa o valor de um carro diminui em 30% em relação ao seu valor do ano anterior. Se V for o valor do carro no primeiro ano, o seu valor no oitavo ano será:
 - $(0,7)^7 V$
 - $(0,3)^7 V$
 - $(0,7)^8 V$
 - $(0,3)^8 V$
 - $(0,3)^9 V$