A próxima espécie de forças que discutiremos poderia ser chamada de força fictícia. No capítulo 11 discutimos as relações entre duas pessoas, Joe e Moe, que usaram sistemas de coordenadas diferentes. Suponhamos que as posições de uma partícula quando medida por Joe são x e por Moe são x'; então as leis são como segue:

$$x = x' + s$$
, $y = y'$, $z = z'$

onde s é o deslocamento do sistema de Moe relativo ao de Joe. Se supusermos que as leis de movimento são corretas para Joe, seriam também corretas para Moe? Encontramos primeiro, isso

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + \frac{ds}{dt}$$

Previamente, consideramos o caso onde s era constante, e achamos que s não fez nenhuma diferença nas leis de movimento, pois $\frac{ds}{dt}=0$; portanto, por última instância, as leis da física eram as mesmas em ambos os sistemas. Mas um outro caso que podemos considerar é aquele em que s=u. t, onde u é a velocidade uniforme numa linha reta. Então s não é constante, e ds/dt não é zero, mas é u, uma constante. Entretanto, a aceleração $\frac{d^2x}{dt^2}$ ainda é

a mesma que $\frac{d^2x'}{dt^2}$, pois que du/dt = 0. Isto prova a lei que usamos no Cap. 10, a saber, que se movermos numa linha reta com velocidade uniforme as leis da física parecerão para nós as mesmas que quando estamos parados. Esta é a transformação Galileana. Mas gostaríamos de discutir o caso interessante onde s é ainda mais complicado, digamos $s = \frac{at^2}{2}$. En-

tão $\frac{ds}{dt} = at$ e $\frac{d^2s}{dt^2} = a$, uma aceleração uniforme; ou num caso ainda mais complicado, a aceleração poderia ser uma função do tempo. Isto significa que embora as leis de força do ponto de vista de Joe pareceriam com

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x,$$

as leis de força quando vistas por Moe pareceriam com

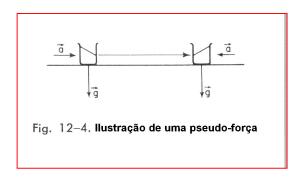
$$m\frac{d^2x'}{dt^2} = F_{x'} - ma.$$

Isto é, desde que o sistema de coordenadas de Moe está acelerando com respeito ao de Joe, entra o termo extra ma, e Moe terá que corrigir suas forças por aquela quantidade afim de fazer funcionar as leis de Newton. Em outras palavras, aqui está uma aparente, misteriosa e nova força de origem desconhecida que surge, é claro, porque Moe tem o sistema de coordenadas impróprio. Este é um exemplo de uma pseudo-força (força fictícia); outros exemplos ocorrem em sistemas de coordenadas que estão girando.

Um outro exemplo de força fictícia é aquele que é freqüentemente chamado "força centrífuga". Um observador num sistema de coordenadas girantes, por exemplo, numa caixa girante, encontrará forças misteriosas, não "justificadas" por qualquer origem conhecida

de forças, arremessando coisas para fora, contra as paredes. Estas forças são devidas meramente ao fato que o observador não tem um sistema de coordenadas de Newton; que é o mais simples sistema de coordenadas.

Forças fictícias podem ser ilustradas por um experimento interessante em que empurramos um jarro de água ao longo de uma mesa, com aceleração. A gravidade, é claro, atua para baixo na água, mas por causa da aceleração horizontal existe também uma força fictícia atuando horizontalmente e na direção oposta à aceleração. A resultante da gravidade e da pseudo-força faz um ângulo com a vertical e, durante a aceleração, a superfície da água será perpendicular à força resultante, isto é, inclinada de um ângulo com relação à mesa, com a água permanecendo mais alta na parte de trás do jarro. Quando o empurrar do jarro cessa e o jarro desacelera por causa do atrito, a pseudo-força é invertida, e a água fica mais alta no lado da frente do jarro (Fig. 12.4)



Uma característica muito importante das pseudo-forças é que elas são sempre proporcionais às massas; o mesmo é verdadeiro para a gravidade. Existe a possibilidade além disso, que *a gravidade seja por si mesma uma pseudo-força*. Não é possível que talvez a gravitação seja devido simplesmente ao fato que nós não estamos no sistema de coordenadas correto? Após tudo, podemos sempre obter uma força proporcional à massa se imaginamos que um corpo está acelerando. Por exemplo, um homem enfia-se numa caixa que está em repouso na terra e encontra-se preso ao fundo da caixa com uma certa força que é proporcional a sua massa. Mas se não existisse a terra por ali e a caixa estivesse em repouso, o homem dentro dela *flutuaria* no espaço.

Por outro lado, se não existisse a terra ali e alguma coisa estivesse puxando a caixa com uma aceleração g, então o homem na caixa, analisando fisicamente, encontraria uma pseudo-força que o empurraria para o fundo, tal como a gravidade o faz.

Einstein propôs a famosa hipótese que acelerações dão uma imitação da gravitação, e que as forças de aceleração (as pseudo-forças) *não podem ser distinguidas* daquelas da gravidade; não é possível dizer o quanto de uma dada força é gravidade e quanto é pseudo-força.

Deveria parecer correto considerar a gravidade como sendo uma pseudo-força, para dizer que somos todos puxados para baixo porque estamos nos acelerando para cima, mas acerca das pessoas em Madagascar, do outro lado da terra - elas estão acelerando também? Einstein encontrou que a gravidade poderia ser considerada uma pseudo-força somente naquele ponto e naquele instante, e foi guiado por suas considerações a sugerir que a geometria do mundo é mais complicada que a geometria de Euclides ordinária. A presente discussão é somente qualitativa, e não pretende comunicar qualquer coisa mais que a idéia

geral. Para dar uma idéia grosseira de como a gravitação poderia ser o resultado de pseudoforças, apresentamos uma ilustração que é puramente geométrica e não representa a situação real. Suponhamos que vivêssemos todos em duas dimensões, e não sabemos nada de uma terceira. Pensaremos que estamos num plano, mas suponhamos que estamos realmente na superfície de uma esfera. E suponhamos que chutamos um objeto ao longo do chão, com nenhuma força sobre ele. Onde ele irá? Parece ir numa linha reta, mas ele tem que permanecer sobre a superfície de uma esfera, onde a distância mais curta entre dois pontos é ao longo de um grande círculo; assim ele vai ao longo de um grande círculo. Se nós chutarmos um outro objeto da mesma maneira, mas numa outra direção, ele vai ao longo de um outro grande círculo. Porque pensamos que estamos sobre um plano, esperamos que estes dois corpos continuariam a divergir linearmente com o tempo, mas observações cuidadosas mostrarão que se eles afastarem o bastante eles se moverão aproximando-se novamente, como se estivessem atraindo um ao outro. Mas eles *não* atraem um ao outro - existe alguma coisa "misteriosa" acerca desta geometria. Esta ilustração particular não descreve corretamente o modo em que a geometria de Euclides é "misteriosa", mas ela ilustra que se nós distorcermos a geometria suficientemente é possível que toda a gravitação seja relacionada de algum modo à pseudo-forças; esta é a idéia geral da teoria da Einstein da gravitação