

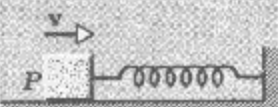


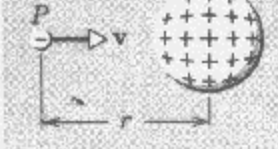
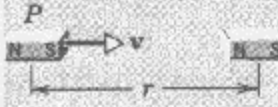
DINÂMICA CLÁSSICA NEWTONIANA

1. O PROBLEMA CENTRAL DA MECÂNICA CLÁSSICA

Mecânica é o ramo da Física que estuda o **movimento** dos corpos do Universo, ou seja, como eles mudam de posição, no decorrer do tempo, com relação a um sistema de referência pré-determinado.

O estudo do fenômeno movimento feito sem indagar as suas "causas", isto é, procurando apenas descrevê-lo, dá-se o nome de *Cinemática*.

Dinâmica é a outra parte da Mecânica que estuda o porquê (as causas) do movimento. Esta parte que será explorada agora.

Sistema	A "partícula"	O meio ambiente
1. 	Bloco	Mola; superfície áspera
2. 	Bola de golfe	A Terra
3. 	Satélite artificial	A Terra
4. 	Elétron	Esfera grande uniformemente carregada
5. 	Barra magnética	Segunda barra magnética

Verificamos, através de observações e experiências, que o **movimento** de um corpo é determinado pela **natureza** e **disposição** dos corpos que constituem a sua "vizinhança". Por exemplo:

Estudar *dinâmica* é resolver o seguinte **problema central**:

H
I
P
Ó
T
E
S

I. É dada uma partícula da qual conhecemos suas características (massa, carga elétrica, etc.)

II. Colocamos essa partícula, com velocidade inicial conhecida, numa vizinhança também *conhecida*.

TESE: **Qual o movimento subsequente** da partícula?

A tese consiste em prever as posições futuras(ou passadas) e velocidades futuras (ou passadas) da partícula que **interage** com o meio exterior (vizinhança). Em outras palavras, qual é a **evolução da partícula** no decorrer do tempo?

Este problema é muito profundo e o homem, através dos tempos, vem solucionando-o de maneiras diferentes.

Aristóteles apresentou uma solução baseada apenas no *raciocínio* que foi abandonada, após 2.000 anos de uso, pela sua inconsistência com os fatos experimentais apresentados por Galileu Galilei.

Sir Isaac Newton, no século XVII, apresentou outra solução muito conveniente que será explorada por nós neste capítulo.

É bom dizer que Hamilton e Lagrange, independentemente, apresentaram mais tarde soluções alternativas, muito elegantes matematicamente, e são usadas em problemas complexos e na generalização para a mecânica quântica.

Todas estas soluções são ditas **clássicas**, pois consideram que a evolução temporal seja única e determinada. Na *Física Moderna*, particularmente na Mecânica Quântica, esse determinismo Laplaciano é trocado por **probabilidades** de evolução, isto é, sob determinadas condições iniciais, não existe uma **única** maneira do sistema evoluir, e sim probabilidades de evoluções distintas asseguradas pelo princípio da incerteza de Heisenberg. Aqui é difícil saber o curso da história da partícula.

O método clássico proposto por Newton que iremos explorar consiste em:

PASSO #1. Introduzir o conceito de força **F**

PASSO #2. Estabelecer um processo para atribuir **massa inercial** a um corpo qualquer.

PASSO #3. Calcular as **forças** que atuam na partícula a partir das propriedades dela e de sua vizinhança(Leis de Força).

OBSERVAÇÕES:-

i. O método newtoniano não pode ser comprovado por partes. Devemos encará-lo como uma **unidade** e julgaremos o seu êxito se pudermos responder afirmativamente a **duas** perguntas:

- a. O método dá resultados em acordo com a experiência?
- b. As leis de força tem forma simples?

A glória suprema da mecânica clássica newtoniana consiste em podermos responder afirmativamente a ambas perguntas.

QUESTIONÁRIO

1. Quais são as partes em que se subdivide a Mecânica?
2. O que determina o movimento de um corpo?
3. Qual o *problema central* da Mecânica Clássica?
4. Existe uma única solução para o problema central?
5. No que consiste o método newtoniano para resolver o problema central?
6. Como se julga o êxito de um método para solucionar um problema físico?

2. CONCEITUAÇÃO DE FORÇA

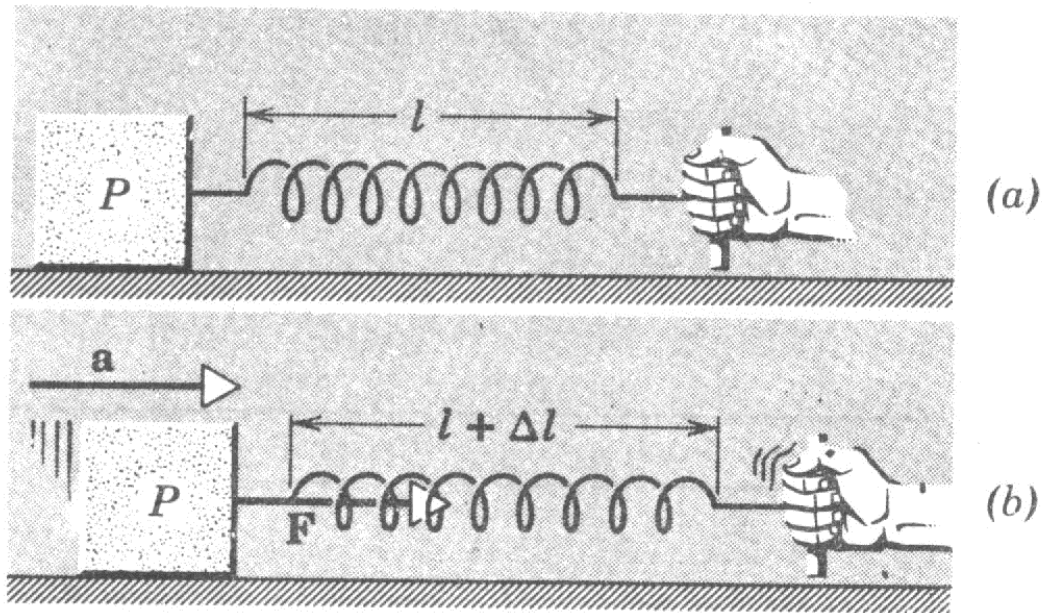
O passo # 1 do método newtoniano determina uma definição de força, que pode ser feita operacionalmente em termos da *aceleração* adquirida por um corpo-padrão numa vizinhança adequada:

- a. Qual será o *corpo-padrão* ?

É conveniente usar um cilindro de platina iridiada (ou imitações) depositado no Museu de Sèvres em Paris, ao qual atribuímos, por definição, uma massa m_0 de 1,0 Kg

OBS1:- Mais tarde aprenderemos como atribuir massa a outros corpos.

- b. Qual será a *vizinhança*?



Será uma mesa horizontal de atrito desprezível e u'a mola. Assim,

OBS2:- Usamos a mola para sabermos, através do seu alongamento, quanta força estamos fazendo.

E x p e r i ê n c i a	<p>Puxemos a mola horizontalmente para a direita de forma que, por tentativas, consigamos dar ao corpo-padrão uma aceleração constante de $a = 1,0 \text{ m/s}^2$</p> <p>Declaramos, <u>por definição</u>, que a mola está exercendo sobre o corpo-padrão uma força cujo valor denominaremos de 1,0 N (um newton).</p> <p>Repetimos a experiência de sorte a imprimir uma aceleração $a = 2,0 \text{ m/s}^2$ ao corpo. Declaramos, <u>por definição</u>, que a mola está exercendo sobre m_0 uma força de 2,0 N.</p> <p>Em geral, numericamente, temos:</p> $F = a$
---	--

OBS:- Para o corpo padrão com $m_0 = 1,0 \text{ Kg}$.

Sabendo medir o valor da força resta saber se ela é uma grandeza *escalar* ou *vetorial*.

Para ser uma grandeza vetorial é necessário que:-

- i. Tenha módulo, direção e sentido.
- ii. Obedeça pelo menos as regras da adição vetorial.

Somente a experiência é que vai dizer se a força preenche ou não esses requisitos para ser uma grandeza vetorial.

O importante é que a experiência evidencia conclusivamente que as forças são **vetores!!!!**

Quando várias forças atuam sobre um corpo, cada uma produz independentemente a sua própria aceleração. A aceleração resultante é a **soma vetorial** das várias acelerações independentes.

Por que Newton preferiu a aceleração para definir força? A resposta é muito profunda e será dada na próxima seção.

QUESTIONÁRIO

1. Qual o corpo e qual a vizinhança utilizada para definir operacionalmente a grandeza força?
2. Descreva a experiência utilizada para se definir força.
3. O que é necessário verificar para sabermos se uma grandeza é vetorial?
4. Força é um *vetor*? Em caso afirmativo quem garante a resposta?

EXERCÍCIOS

1. Um corpo-padrão está sujeito a ação das forças mostradas na figura. Determine o valor numérico da aceleração resultante.
2. Duas forças concorrentes no corpo-padrão apresentam idênticas intensidades (módulos) F e formam entre si um ângulo de 120° , podemos dizer que o vetor aceleração resultante será dado por:
módulo:-
direção:-
sentido:-
3. Determine a resultante do sistema de forças aplicadas ao corpo padrão, utilizando expressões cartesianas.
4. Dadas duas forças, em expressão cartesiana, por:

$$\mathbf{F}_1 = 3 \mathbf{i} + 4 \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_2 = 12\mathbf{i} + 16\mathbf{j}$$

Determine o módulo, a direção e o sentido de

a. da força \mathbf{F}_1

b. da força \mathbf{F}_2

c. da resultante $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$

d. da força $\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$

3. A PRIMEIRA LEI DE NEWTON

Poderia [Newton](#) ter escolhido a *velocidade* para a sua definição de força?

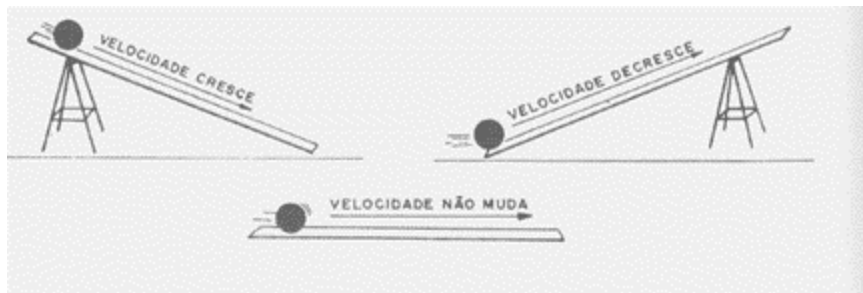
A experiência decidiu que não poderia. Para compreendermos isto fazemos uma digressão histórica e encontraremos que até a época de Galileu (por volta de 1600 d.C.) a maioria dos filósofos supunham, como Aristóteles, que o REPOUSO era o **estado natural** de todas as coisas, e pensavam que para manter um corpo em movimento, mesmo com velocidade constante (M.R.U.), era necessária uma força, caso contrário o corpo pararia de se movimentar. Assim,

$$\text{ARISTÓTELES} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{F} = 0 \Rightarrow \mathbf{v} = 0 & \text{(repouso)} \\ \mathbf{F} \neq 0 \quad \mathbf{v} \neq 0 & \text{(movimento)} \end{cases}$$

Para termos movimento precisamos de uma força !!!!! (Uah!! Esses filósofos pensam que o mundo é o que se passa dentro de suas cabeças).

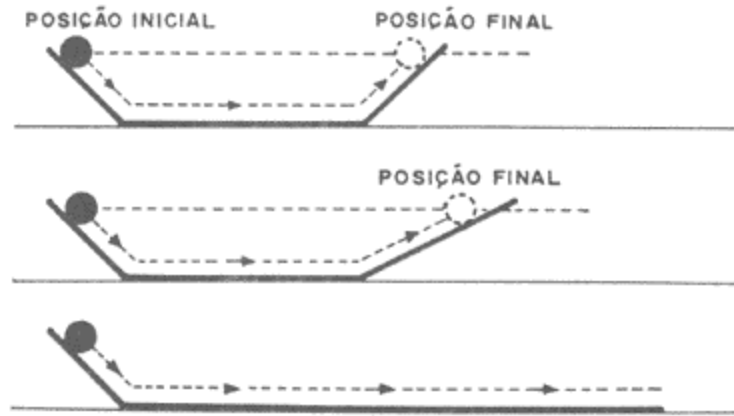
Esta conclusão, aceita por séculos, foi tirada unicamente do *raciocínio dedutivo*.

O gênio GALILEU GALILEI rebateu essas idéias por meio de experiências, por demais conhecidas e publicadas na sua obra clássica "*Discursos sobre duas novas ciências*" em 1638. Estas experiências levaram Galileu a crer que a força era necessária para modificar o estado de movimento (a velocidade), mas nenhuma força era necessária para manter o estado de movimento (a velocidade) de um corpo.



Coloquemos nosso corpo-padrão sobre um plano horizontal.

Fazendo o bloco deslizar sobre este plano notaremos que ele gradualmente diminui de velocidade e pára. Essa observação, na verdade, foi utilizada por Aristóteles e seus seguidores para provar que os corpos paravam quando removidas as forças. Repetindo nossa experiência, usando blocos cada vez mais lisos, um plano cada vez mais polido e um lubrificante cada vez melhor, verificamos que a velocidade decresce a uma taxa cada vez menor. Extrapolando, se eliminássemos todo o atrito, o corpo continuaria indefinidamente em *movimento retilíneo* com *velocidade constante*.



Newton fez desse resultado a sua PRIMEIRA LEI DO MOVIMENTO e, por esta razão, conceituou a força em termos da aceleração.

"Se a resultante das forças que agem sobre um corpo for NULA, este permanecerá em seu estado de repouso ou M.R.U."

Newton e Galileu	$\mathbf{F} = 0 \Rightarrow$	$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{v} = 0 \\ \mathbf{v} = \text{constante} \end{array} \right.$	<p>repouso</p> <p>M.R.U.</p>
		$\mathbf{F} \neq 0$	\mathbf{v} é variável ou existe uma aceleração

O fato de os corpos permanecerem em repouso ou em M.R.U. quando a resultante \mathbf{F} for nula é descrito atribuindo-se à matéria uma propriedade chamada **INÉRCIA**. Portanto, para romper a inércia de um corpo é necessária uma força. Por isso, às vezes, a primeira lei de Newton é referida como LEI DA INÉRCIA.

3.1 DISCUSSÃO DA PRIMEIRA LEI

Há duas informações contidas na lei da inércia:

- I. primeira é a definição qualitativa de força: **força** é a causa do movimento e a sua presença é necessária para alterar o estado de movimento de um corpo.
- II. A segunda é a de que o REPOUSO ($v = 0$) e M.R.U. ($v = \text{CTE}$) são dois estados inteiramente **equivalentes**. Este último parece uma violação ao bom senso, mas a experiência levou Galileu e Newton a adotá-lo.

Está implícito na lei da Inércia um importante princípio físico: *a existência do sistema de referência inercial*, isto é, existem sistemas de referência onde a primeira lei de Newton é válida. Eles são chamados **referenciais inerciais**.

Isto significa que nem sempre a primeira lei é válida!!!! Senão vejamos: uma experiência

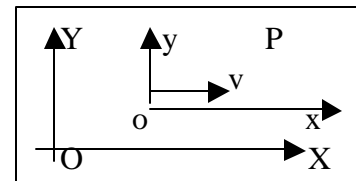
Consideremos um sistema de referência ligado a um avião que está decolando. Enquanto o *avião* corre na pista cada vez mais depressa, um passageiro, em repouso relativamente ao avião, *sente* o encosto da poltrona empurrá-lo para frente. (Tanto isto é verdadeiro que ele afunda na poltrona estofada e se estiver de pé sobre patins começa a se mover para trás embora "nenhuma" força real atue sobre ele). A primeira lei de Newton não descreve corretamente essas situações, porque o avião decolando *não* é um referencial inercial.

Concluimos que um *referencial inercial* é aquele relativo ao qual um corpo permanece em REPOUSO ou em M.R.U. quando nenhuma *resultante* de forças atue sobre ele. O avião durante a decolagem não é um referencial inercial.

Os sistemas de referências inerciais *conservam* a forma da lei da inércia, isto é, ela é a mesma em todos eles. Agora o que liga um referencial inercial a outro é a TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU

**Transformação
de GALILEU**

$$\begin{aligned} X &= x + v \cdot t \\ Y &= y \\ Z &= z \\ T &= t \end{aligned}$$

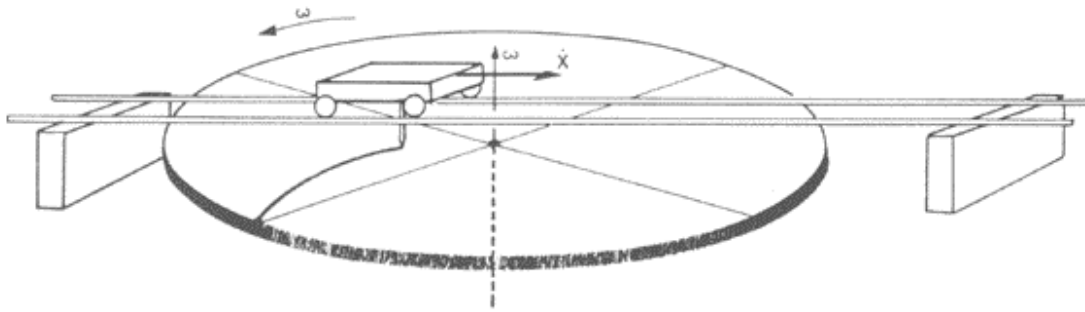


A lei da inércia é **invariante** com respeito a Transformação de Galileu. Há, porém, outras transformações que mudam a forma da lei; se quisermos pois, conservar sua forma devemos usar referenciais inerciais.

A generalização desta exigência para todas as leis da mecânica é chamado PRINCÍPIO DA RELATIVIDADE DE GALILEU (ou *Invariança Galileana*), isto é, representa o princípio de que **todos** referenciais inerciais são *equivalentes* para a descrição da Mecânica, ou, em outras palavras, *não existem* sistemas inerciais privilegiados na Natureza para descrever os fenômenos mecânicos. Este **não** princípio pode ser generalizado para toda a Física. As equações de Maxwell não são invariantes sob transformação de Galileu. A sua convicção era tão grande que existiu até a Teoria da Emissão modificando as equações de Maxwell para mantê-lo.

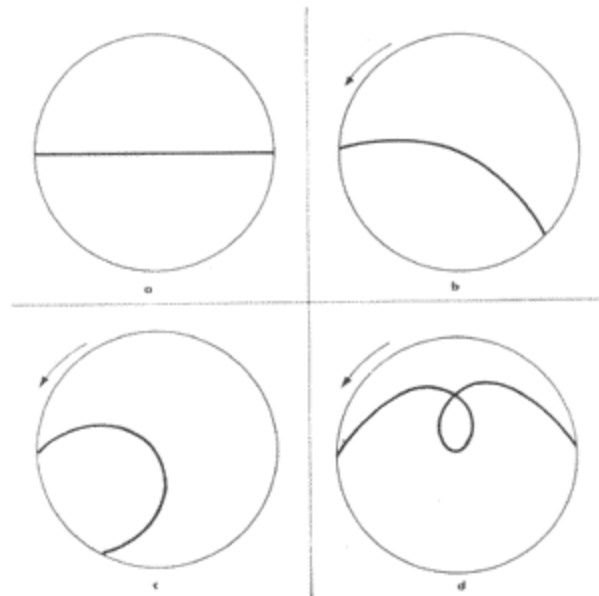
Em outros sistemas de referencia *não-inerciais* a lei da inércia não conserva a sua forma. Vejamos isto através de outra experiência.

EXPERIÊNCIA



Consideremos um carrinho que percorre com M.R.U., os trilhos da figura abaixo.

Um estilete é fixo no carro toca levemente um disco que tem o seu centro no meio dos trilhos e que pode girar com velocidade angular ω uniforme. A medida que o carrinho anda, o estilete vai marcando as posições ocupadas pelo carrinho; se o disco estiver *parado*, a trajetória será retilínea; se o disco começa a girar, a trajetória marcada no disco começa a ficar curva e pode assumir as formas:



Vê-se, pois, que neste sistema de referência girante o movimento não é M.R.U.. Se soubermos que o carrinho executa um M.R.U. e observamos as figuras 2 (ou 3 ou 4) acima concluímos que o nosso sistema não é *inercial*

QUESTIONÁRIO

EXERCÍCIOS

1. Coloca-se um cartão sobre um copo e uma moeda sobre o cartão. Puxando-se bruscamente o cartão, a moeda cai no copo. Por que?

2. Um carro freia bruscamente e o passageiro bate com a cabeça no vidro pára-brisa. Três pessoas dão as seguintes explicações sobre o fato:

I. O carro foi freado, mas o passageiro continuou em movimento.

II. O banco do carro impulsionou a pessoa para frente no instante da freada.

III. O passageiro só continuou em movimento por que a velocidade era alta e o carro freou bruscamente.

Quais delas tem razão?

3. Um pára-quedista desce verticalmente submetido à ação de duas forças: uma vertical para baixo P devido à atração da Terra e outra vertical para cima F aplicada pela resistência do ar.

"Como o pára-quedista está descendo, a força para baixo é obrigatoriamente mais intensa que a força para cima". Localize o erro contido na frase anterior, justificando.

4. Um carro só consegue se manter numa curva devido a aderência entre os pneus e o chão. A cada instante o chão aplica forças nos pneus que alteram a direção do movimento do carro. Se num dado instante o carro passar sobre uma mancha de óleo, poderá derrapar e sair da pista. Dizem que "o carro foi empurrado para fora da curva pela força centrífuga". Comente o erro dessa afirmação.

5. Lemos nos jornais casos de pingentes que SAO JOGADOS PARA FORA DO TREM PELA FORÇA CENTRÍFUGA EM CURVAS FECHADAS. Esta visão do "acidente" é correta à luz da primeira lei de Newton? Explique

6. Uma bolinha descreve uma trajetória circular sobre uma mesa horizontal sem atrito, presa a um prego por um cordão. Quando a bolinha passa pelo ponto P , o cordão arrebenta. Descreva a trajetória seguida pela bolinha.

7. Um corpo de 100N está em equilíbrio (estático = repouso; dinâmico = M.R.U.) sob a ação das forças F e T , conforme a figura. Determinar F e T .

8. Um corpo de peso 100N está suspenso por meio de fios ideais (inextensíveis e de massas desprezíveis) que formam com a vertical os ângulos indicados na figura. Determinar as forças que tracionam os fios, sabendo que estes tem um ponto em comum A , onde estão amarrados entre si.

9. Um corpo de peso $P = 60\text{N}$ está preso por meio de um fio 1 a uma barra horizontal AB , de peso desprezível e que está articulada em A . Por meio de outro fio 2, preso em B , impede-se a barra de girar. Considerando-se os fios ideais, pergunta-se:

a. qual a força transmitida pelo fio?

b. qual a força transmitida pela barra?

sugestão: - isolar o ponto B
 - impor a condição de equilíbrio pelo método da poligonal.

10. No sistema esquematizado na figura, determinar o valor do ângulo e a força N.

4. CONCEITUAÇÃO DE MASSA INERCIAL

Exploremos agora o *passo # 2* do método Newtoniano.

Aprendemos medir força a partir da aceleração do corpo-padrão.

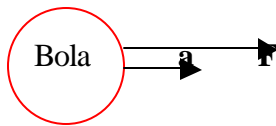
$$F = m a \quad \dots\dots\dots \text{para o corpo padrão}$$

Como havíamos escolhido "arbitrariamente" o corpo-padrão, para qualquer outro corpo que tenha uma resistência ao movimento (inércia) diferente ao movimento, teremos:



$$F \propto a \quad \dots \text{ para um mesmo corpo}$$

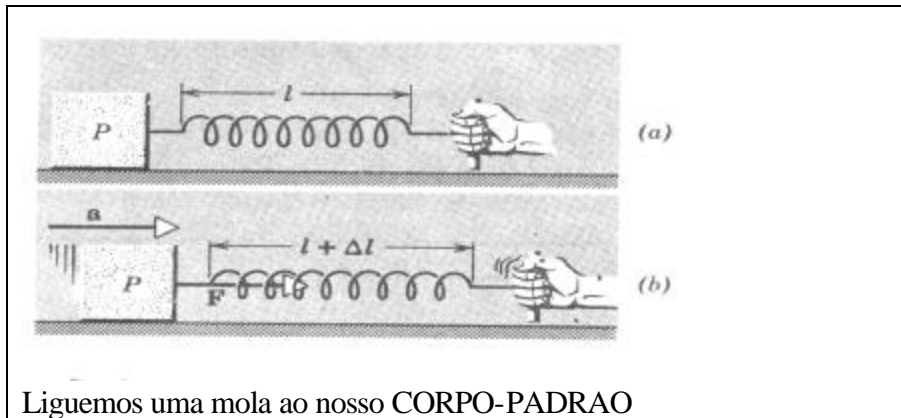
Nesta altura fazemos uma pergunta: *que efeito terá uma "mesma" força F sobre "objetos diferentes"?*



A experiência diária dá-nos a *resposta qualitativa*: a mesma força produzirá diferentes acelerações sobre corpos diferentes.

Uma resposta *quantitativa* para essa pergunta exige um método para se medir massa inercial (propriedade que determina sua resistência ao movimento).

Método da mola



Liguemos uma mola ao nosso CORPO-PADRAO

Provoquemos nele uma aceleração de, por exemplo, $a_0 = 2,0 \text{ m/s}^2$. Para isso acontecer é necessário que a mola sofra uma distensão ΔL

Meçamos o alongamento ΔL sofrido pela mola. (Este alongamento está associado à força que a mola exerce sobre o bloco para adquirir a aceleração de $2,0 \text{ m/s}^2$)

Substituímos o corpo padrão m_0 por outro corpo *arbitrário*, cuja massa inercial denominaremos m , e apliquemos a ele a mesma força anterior. A seguir medimos, por um meio cinemático qualquer, a nova aceleração a

OBSERVAÇÃO:- Sabemos que estamos aplicando a mesma força se o alongamento da mola for o mesmo.

Definimos a razão das massas dos dois corpos acima como o *inverso* da razão das acelerações neles provocadas pela mesma força.

$$\frac{m}{m_0} = \frac{a_0}{a} \quad \therefore \quad m = m_0 \frac{a_0}{a}$$

OBSERVAÇÃO:- A massa foi também definida a partir da aceleração!!

Deste método para se atribuir massas aos corpos concluímos que: "Quanto menor a aceleração maior a massa; ou seja, a inércia do corpo"

A massa é uma medida da inércia de um corpo. É inversamente proporcional à aceleração para uma mesma força.

O que acontece se substituirmos a força \mathbf{F}_0 por outra \mathbf{F} qualquer?

A experiência (sempre ela!) mostra que a razão entre as novas acelerações \mathbf{a}_0 e \mathbf{a} é a mesma que antes:

CONCLUSÃO:- A razão das massas de 2 corpos é *independente* da força comum usada para determinar a razão de suas acelerações.

A massa é uma grandeza escalar ou vetorial?

A experiência mostra que são *escalares*.

5. A SEGUNDA LEI DE NEWTON

Até agora vimos que:

$a \propto F$para um mesmo objeto

$a \propto 1/m$para uma mesma força

Então

$$a \propto F \left(\frac{1}{m} \right)$$

Para um mesmo objeto e uma mesma força

ou

$$m a \propto F$$

ou ainda

$$F = k m.a \dots \dots \dots \text{Fruto da experiência.}$$

Agora pela definição dinâmica de força, temos quando $m_0 = 1 \text{ Kg} \Rightarrow F = a$ ou

$$F = k m.a = a \quad \text{ou}$$

$$F = k .1.a = a \Rightarrow k = 1$$

Daí

$$F = m a$$

Newton reuniu isso tudo e mais o fato que "quando várias forças atuam sobre um corpo, cada uma produz independentemente a sua própria aceleração, sendo a aceleração resultante a soma vetorial das acelerações independentes (Princípio da Superposição) e

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}$$

Este resultado é conhecido como a **SEGUNDA LEI DE NEWTON** e é estabelecido assim,

"Se a resultante das forças que agem sobre um corpo for diferente de zero, então

$$\mathbf{F} = m . \mathbf{a} \quad \text{"}$$

5.1 - Discussão da 2ª Lei de Newton.

É importante salientar que a força que aparece na 2ª lei de Newton é a *força resultante* de todas as forças que agem na partícula.

Poderia se pensar que lançamos mão de um raciocínio circular. Se a força é definida por $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$, então $\mathbf{F}_R = m \mathbf{a}$ da 2ª lei de Newton deveria ser verdade por definição e não por ser uma lei básica da Natureza. A 2ª lei tem a resultante das forças no primeiro membro, e por isso tem um conteúdo físico adicional, que deve ser verificado pela experiência.

A 2ª lei de Newton implica na aditividade das massas e na soma vetorial das forças. Por aditividade das massas, entendemos, que, se duas massas m_A e m_B forem unidas, o corpo resultante terá massa $m = (m_A + m_B)$. Isto poderia parecer absurdamente óbvio; entretanto, todas as especulações sobre a Natureza devem ser verificadas através da experiência. Existem grandezas físicas para as quais não vale a aditividade, como o módulo de vetores ou a adição de volumes. (Se adicionarmos 1 litro de álcool a 1 litro de água, o volume da massa será bem menor que dois litros).

Assim, concluímos que,

$$\mathbf{F}_R = m \mathbf{a}$$

é muito mais que apenas uma definição de força pois implica que a massa é escalarmente aditiva e que a força é somada vetorialmente; este conteúdo deve ser verificado pela experiência.

5.2 - As simetrias e a 2ª lei de Newton.

A segunda lei de Newton representa um tremendo progresso para a compreensão do movimento, porém **não** é a única forma possível. Por exemplo, poder-se-ia pensar que

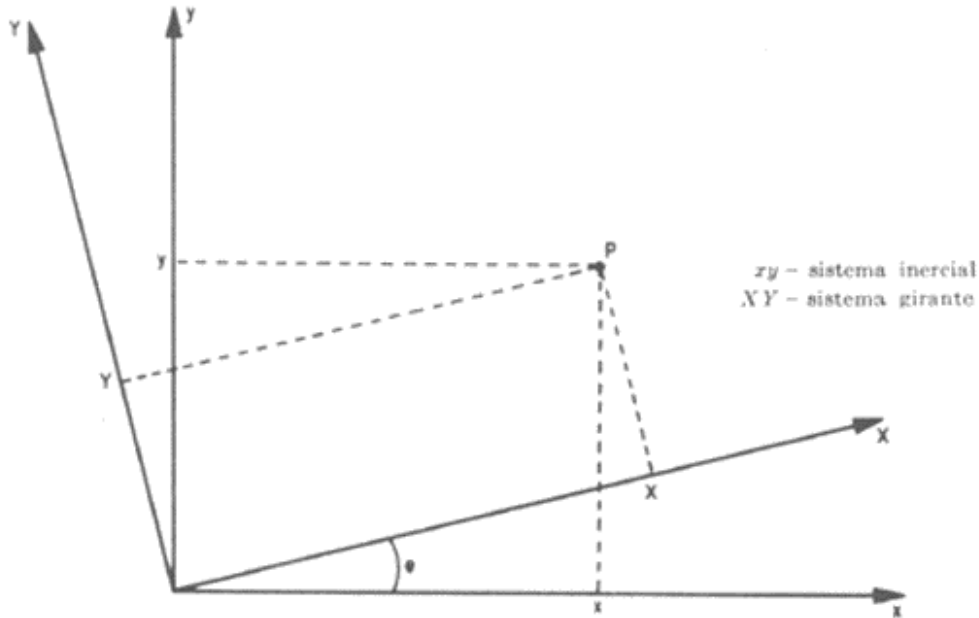
$$\mathbf{F} \propto \frac{dv}{ds}$$

i.é, **F** fosse proporcional à variação da velocidade com a distância medida ao longo da trajetória, e não com o tempo (dv/dt). Se assim fosse o conceito de aceleração não seria tão importante.

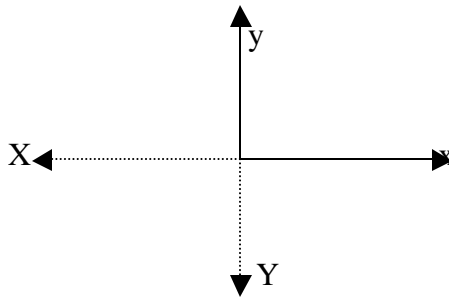
São, sobretudo, considerações de invariança ou *simetrias* que fixam a forma da 2ª lei de Newton.

A invariança galileana das leis físicas, **não** é, obviamente, o único tipo de *simetria* que deve ser exigida dela. Por exemplo, o "conteúdo físico" de uma lei **não** pode depender da orientação, no espaço, dos eixos escolhidos para descrevê-la (devido a "isotropia" do espaço, que estamos admitindo Euclidiano): por conseguinte, outro princípio de invariança é que uma rotação do sistema de coordenadas não deve afetar a forma das leis, i.é, a 2ª lei de Newton tem a mesma forma no sistema $S(x,y,z)$ e no $S^*(X,Y,Z)$ ligados pelas equações:

$$\begin{aligned} X &= \cos \theta \ x + \text{sen } \theta \ y \\ Y &= -\text{sen } \theta \ x + \cos \theta \ y \end{aligned}$$



Se $\theta = \pi$, temos $X = -x$; $Y = -y$ e $Z = -z$



$$\begin{aligned} F_x &= m \frac{d^2 X}{dt^2} = -m \frac{d^2 x}{dt^2} = -F_x \\ F_Y &= m \frac{d^2 Y}{dt^2} = -m \frac{d^2 y}{dt^2} = -F_y \\ F_Z &= F_z \end{aligned}$$

As componentes da força se transformam do mesmo jeito. Portanto, esses três números (F_x, F_y, F_z) formam um *vetor*.

Isto é uma consequência (ou prova) da 2ª Lei de Newton ser expressa por vetores onde fica garantida esta invariância.

Observe-se, portanto, que as "duas" invariâncias precisam ser exigidas, pois caso fosse exigido apenas uma delas (a de rotação) a equação fundamental da dinâmica poderia ser do tipo

$$\mathbf{F} = m \mathbf{v} = m \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Mas isto é inaceitável por não ser invariante por uma Transformação de Galileu. Com efeito,

$$F_x = m v_x = m \frac{dx}{dt} \quad \text{mas} \quad X = x + vt \quad \text{e} \quad \frac{dX}{dt} = \frac{dx}{dt} + v$$

$$F_x = m v_x = m \frac{dx}{dt} + m v \neq F_x$$

A explicação para esta situação peculiar é que na realidade a transformação de Galileu envolve *não* só x, y, z , mas também o tempo t . A rigor, a transformação de Galileu refere-se a uma transformação no "espaço-tempo" (4 dimensões. Neste espaço, a velocidade *não* é um vetor, e assim se elimina a possibilidade de $\mathbf{F} = m \mathbf{v}$.

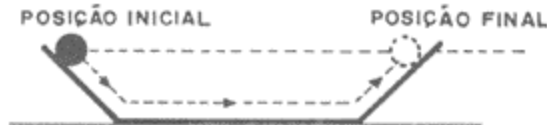
Vamos agora fazer uma transformação particular, a **inversão no tempo**, assim

$$\left\{ \begin{array}{l} X = x \\ Y = y \\ Z = z \\ T = -t \end{array} \right.$$

Troca do futuro pelo passado !!!!

$$\overleftarrow{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{v}' = \frac{d\vec{r}}{dt} = -\vec{v}$$

v não permanece a mesma, mas F sim!!!! . A 2ª Lei é invariante por uma *inversão* no tempo. Esta invariância garante a reversibilidade dos fenômenos da Mecânica. Se filmarmos, o movimento



E passarmos o filme de trás para frente, não vamos saber se o corpo começou o movimento em A ou B, isto é, não se perceberá. Entretanto, se filmarmos um nadador mergulhando e passarmos o filme ao contrário percebemos.

Para completar a análise, uma lei do tipo

$$\mathbf{F} = m (\mathbf{v})^2$$

pode ser eliminada porque no lado direito, temos um escalar $\mathbf{v}^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$ invariante, ao passo que no lado esquerdo, temos um vetor.

É interessante o fato das leis que descrevem os fenômenos *naturais* serem reversíveis, enquanto eles próprios são irreversíveis.

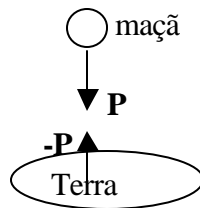
QUESTIONÁRIO

6. A TERCEIRA LEI DE NEWTON

O passo # 3 estabelece que a *vizinhança* é a responsável pela modificação do estado de movimento de um corpo. A força é o elo de ligação entre a vizinhança e a modificação do movimento. Mas, a partícula ao modificar o seu movimento age, como resposta, nos objetos da vizinhança, isto é, essa interação é feita com um par de forças. Newton, apoiado em resultados experimentais, enunciou este fato assim:

"A cada ação aplicada num corpo, sempre se opõe uma reação igual em magnitude e direção, dirigida no sentido contrário e aplicada em quem faz a ação".

EXEMPLO



A reação **-P** não consegue deslocar a Terra devido a sua massa, mas **P** desloca a maçã.

As forças de AÇÃO-REAÇÃO ocorrem aos pares e representam a interação mútua da partícula com a vizinhança.

6.1- DISCUSSÃO DA TERCEIRA LEI

Na mecânica clássica de Newton, qualquer uma das forças do par ação-reação pode ser considerada a "ação". Não há relação entre causa e efeito.

A teoria da relatividade de Einstein impõe limitações à validade da terceira lei de Newton. Esta diz que F_{12} é igual e oposta a F_{21} , quando ambas são medidas *no mesmo instante*. Isto só é possível se os "sinais" (ou forças ou informações) viajassem com velocidades *infinitas*. Entretanto, esta exigência é inconsistente com a Teoria da Relatividade que estabelece que nada (nem o pensamento) viaja com velocidade maior do que a luz, ou seja, $c = 300.000 \text{ Km/s}$. Isto significa que existe um intervalo de tempo *finito* (mas muito pequeno) para que as partículas "sintam" a presença uma da outra.

Nas colisões atômicas a terceira Lei de Newton *não* é uma boa aproximação, mas nas colisões de automóveis ela funciona bem, porque a "duração" da colisão é longa em comparação com o tempo que um sinal de luz leva para atravessar um automóvel amassado. Este tempo é da ordem de

$$\frac{L}{c} = \frac{300 \text{ cm}}{3 \times 10^{10} \text{ cm/s}} = 10^{-8} \text{ s} .$$

OBSERVAÇÃO:- Em 10^{-8} s, um carro viajando a 100 Km/h ($=3 \times 10^3 \text{ cm/s}$) move-se apenas $3 \times 10^{-5} \text{ cm}$ (3 centésimos de milésimos de cm), ou seja, quase nada!! . Para um automóvel amassar ele percorre muito mais que isso.

7. FORÇAS REAIS e FICTÍCIAS

a. Forças Reais

Felizmente, as interações observadas na Natureza se reduzem, pelo que conhecemos até agora, a quatro tipos básicos:

1. INTERAÇÃO GRAVITACIONAL

Todas as partículas exercem uma força gravitacional, de atração mútua, dada por

$$F_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \dots \text{Lei de Newton da Gravitação}$$

F_{12} é a força que 1 faz em 2.

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ é a constante de gravitação universal.

Newton deduziu esta força de interação a partir das suas leis de movimento e das leis empíricas de Kepler,

2. INTERAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

São as forças exercidas entre as partículas em virtude de suas cargas elétricas. Podem ser atrativas ou repulsivas. Quando as cargas estão em repouso, temos:

$$F_{12} = K_M \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \dots \text{Lei de Coulomb}$$

$K_M =$ constante do meio e vale $9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ C}^{-2}$.

$$q = N \cdot e = N \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Se calcularmos a razão:

$$\frac{F_G}{F_E} = \frac{1}{4.170.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000}$$

A força gravitacional da Terra é importante porque embora sua massa seja grande, ela contém quase o mesmo número de cargas positivas e negativas.

3. INTERAÇÃO NUCLEAR FORTE

É a força de interação entre uma grande classe de partículas elementares, os Hádrons (mésons de vários tipos), Bárions (Híperons (estranhos) - Λ , Σ , Ξ , Ω e os Núcleons (não estranhos) - p , n). É a responsável pela estabilidade dos núcleos atômicos, mantendo a ligação entre nêutrons e prótons. É de curto alcance. As informações a respeito delas são obtidas mediante espalhamento de partículas pelos núcleos, mas não levaram até hoje a uma lei ou fórmula única para elas. Têm como bósons mediadores os glúons.

4. INTERAÇÃO NUCLEAR FRACA

Agem entre os léptons (elétrons, pósitrons e neutrinos) e hádrons. É de curto alcance e seu efeito é provocar uma certa instabilidade em núcleos e partículas elemen-

tares. É responsável pela radioatividade beta que explica a estabilidade do C^{12} e a instabilidade do C^{11} .

Todas essas forças são reais no sentido que podemos associá-las com determinados objetos da vizinhança.

As forças tais como "tensão" numa corda, a "normal", a da "mola", são eletromagnéticas, pois são manifestações macroscópicas das atrações e repulsões entre átomos.

b. Forças Fictícias

Até agora as nossas observações e medições foram realizadas em um "referencial inercial".

Podemos, todavia, se julgarmos conveniente, aplicar a Mecânica Clássica para um observador não-inercial. Para tanto, devemos introduzir as chamadas Forças Fictícias (ou Inerciais)

As forças fictícias são chamadas assim porque, ao contrário das reais, não podemos associá-las a corpos da vizinhança, e nem tão pouco podemos classificá-las nas categorias mencionadas antes. Elas são, portanto, uma técnica que nos permite aplicar a mecânica clássica usual ao descrevermos um evento num referencial não inercial. Se observarmos o evento num referencial inercial elas desaparecem!!!!

Seja um sistema inercial $S(x, y, z)$ em que um corpo se movimenta segundo

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a}.$$

Esse movimento descrito por $S'(x', y', z')$ em translação não uniforme em relação a S , ao longo do eixo x , é

Medida por S

$$F_{x'} = m a_{x'} = m a_x + m a = F_x + m a$$

$$F_{y'} = m a_{y'} = m a_y = F_y$$

$$F_{z'} = m a_{z'} = m a_z = F_z$$

A única força real aplicada é F . Se quisermos dizer que a causa da aceleração no sistema S' é ainda uma força aplicada, precisaremos dizer que a "força fictícia inercial" $m a$ surgiu quando passamos de S para S' .

$$m a_{x'} = F_{\text{real}} + F_{\text{fictício}} \quad 2^{\text{a}} \text{ lei de Newton vista por } S'$$

Para este observador em S' , a força $F_{\text{fictícia}}$ é tão real quanto a outra, apenas ele não consegue explicar a sua origem.

Seja agora o movimento observado de um referencial $S''(X, Y, Z)$ que gira com velocidade ω constante em torno do eixo z . Os sistemas S'' (girante) e o S (inercial) estão ligados por

$$\left\{ \begin{array}{l} X = x \cos \omega t + y \sin \omega t \\ Y = -x \sin \omega t + y \cos \omega t \\ Z = z \\ T = t \end{array} \right.$$

As velocidades em S'' e S se transformam como

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \omega Y + \dot{x} \cos \omega t + \dot{y} \sin \omega t \\ \dot{Y} &= -\omega X - \dot{x} \sin \omega t + \dot{y} \cos \omega t \\ \dot{Z} &= \dot{z}\end{aligned}$$

As acelerações se transformam como

$$\begin{aligned}\ddot{X} &= \omega^2 X + 2\omega \dot{Y} \\ \ddot{Y} &= \omega^2 Y - 2\omega \dot{X} \\ \ddot{Z} &= \ddot{z}\end{aligned}$$

Se o corpo tem aceleração a_x e a_y em S, as acelerações em S" serão

$$\begin{aligned}a_x &= a_x + \omega^2 X + 2\omega \dot{Y} \\ a_y &= a_y + \omega^2 Y - 2\omega \dot{X} \\ a_z &= a_z\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}F_x &= F_x + m\omega^2 X + m2\omega \dot{Y} \\ F_y &= F_y + m\omega^2 Y - m2\omega \dot{X} \\ F_z &= F_z\end{aligned}$$

Forças Fictícias

Chamamos os termos

$m\omega^2 X$ de *Força Centrífuga*

$2m\omega \dot{X}$ de *Força de Coriolis* → responsável pelo sentido horário dos ciclones no hemisfério sul
Estas forças não ocorrem aos pares e não obedecem à 3ª Lei de Newton.

8. CONJUNTO CENTRAL DE HIPÓTESES DA MECÂNICA CLÁSSICA

Vamos agora tornar explícito o conjunto central de *hipóteses* da Mecânica Newtoniana:

1. O ESPAÇO É EUCLIDIANO

Dessa forma podemos enunciar as leis em termos dos usuais vetores (módulo, direção e sentido), pois somente aí é que a *adição* de 2 vetores tem uma forma simples e inequívoca. Para o espaço *curvo* usado em Relatividade Geral existe uma linguagem mais geral chamada Geometria Diferencial Métrica onde a utilização e a aplicabilidade de vetores nos problemas fica sacrificada em grande parte.

2. O ESPAÇO É HOMOGÊNEO E ISOTRÓPICO

Com isso queremos dizer que as propriedades físicas são as mesmas quando observadas de qualquer ponto (homogeneidade) ou de qualquer direção (isotropia) do espaço. Isto é, a posição ou a direção no espaço **não** altera as propriedades ou o fenômeno em estudo. Um fenômeno mecânico observado de qualquer posição ou direção do espaço é equivalente.

Quando uma relação entre grandezas representativas de um fenômeno (por exemplo $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$) pode ser expressa como uma equação vetorial, ela permanecerá válida por mera rotação ou translação, no espaço, do sistema de coordenadas, pois os vetores se transformam todos da mesma forma sob uma operação de rotação ou translação. Assim se $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$ no sistema \mathbf{O} , também será $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$ no sistema \mathbf{O}' . O que muda são as coordenadas dos vetores, mas a **forma** da equação vetorial permanece a mesma!!

Deste modo a linguagem vetorial é ideal para exprimir as leis da Física, pois nesta forma fica *garantida* a invariança da lei em relação às operações de translação e rotação do sistema de coordenadas.

Uma equação vetorial do tipo $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$ é *verdadeira* qualquer que seja o sistema de coordenadas usadas para especificar as componentes: é uma equação *intrínseca*.

Por isso os vetores são importantes em Física: o seu uso *assegura* a invariança por rotações e translações das leis físicas.

A homogeneidade e a isotropia do espaço nos leva à duas leis de conservação nos fenômenos físicos:

- I. Homogeneidade - Conservação do momento linear
- II. Isotropia - Conservação do momento angular.

Isto é de extrema importância.

3. AS LEIS DE NEWTON DO MOVIMENTO SÃO VALIDAS SOMENTE NUM REFERENCIAL INERCIAL

4. A LEI DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

Será discutida posteriormente

Lá aparece a massa gravitacional. Einstein provou a equivalência entre as massas inercial e gravitacional. O fato de serem equivalentes não significa que são a mesma coisa. Dois gêmeos são iguais porém não são a mesma pessoa.

5. O ESPAÇO E O TEMPO SÃO ABSOLUTOS

O espaço e o tempo correm independentes do estado de movimento do observador em contraposição à Teoria da Relatividade Restrita.

6 A MASSA NÃO VARIA COM A VELOCIDADE

Einstein mostrou que para velocidades v se aproximando daquela da luz c , temos

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

A teoria é, então, uma **APROXIMAÇÃO** razoavelmente boa !!!!

