

GABARITO DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIOS PROPOSTOS (Juros Simples)

1. Calcule o montante de uma aplicação de R\$ 50.000,00, à taxa de 2,5% ao mês, durante 2 anos .

Solução

$$FV = ? \quad PV = 50.000,00 \quad i = 2,5\% \text{ a.m.} \quad n = 24 \text{ meses}$$

$$FV = PV (1 + in) = 50.000 (1 + 0,025 \times 24) = 80.000,00$$

Com a CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C, temos:

```
f FIN f 2
50000 CHS PV
2.5 ENTER 12 x i
2 ENTER 360 x n
f INT ENTER
RCL PV CHS +
```

...limpa os dados dos registros financeiros e estabelece o número de casas decimais
 ...muda o valor atual para negativo e armazena em PV
 ...Devemos entrar com a taxa em percentual **ao ano** (2.5% x 12)
 ...Devemos entrar com o tempo **em dias** (2 x 360)
 ... Com estes comandos a calculadora apresentará, no visor, o valor dos juros: R\$ 30.000,00 e irá armazená-lo no registro Y
 ... Com este comando a calculadora somará o juro armazenado em Y com a aplicação PV

2. Uma pessoa aplicou R\$ 90.000,00 no mercado financeiro e, após 5 anos, recebeu o montante de R\$ 180.000,00. Qual foi a taxa anual?

Solução

$$PV = 90.000,00 \quad n = 5 \text{ anos} \quad FV = 180.000,00 \quad i = ?$$

$$FV = PV (1 + i \times n) \Rightarrow 180.000,00 = 90.000,00 (1 + i \times 5)$$

$$(1 + i \times 5) = 2 \Rightarrow i \times 5 = 1 \Rightarrow i = 0,20 \text{ a.a.} \quad \text{ou } 20\% \text{ a.a.}$$

Outro jeito, seria:

$$J = PV i n \Rightarrow i = \frac{J}{PVn} = \frac{90000}{90000 \times 5} = \frac{1}{5} = 0,20$$

Com a CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C, temos:

```
f FIN f 2
90000 ENTER
90000 ENTER 5 x ÷
```

...Limpa os dados dos registros financeiros e estabelece o número de casas decimais
 ...Não há funções para se calcular a taxa de juros simples
 ...Devemos fazer na raça!!

3. Um capital foi aplicado à taxa de 45% ao ano em 12/02/90. Em 03/05/90 foi efetuado o resgate no valor de R\$ 107,80. Qual o valor do capital inicial?

Solução

$$i = 45\% \text{ a.a.} \quad FV = 107,80 \quad n = 80 \text{ dias} = 0.2222 \text{ anos} \quad PV = ?$$

$$PV = \frac{FV}{(1 + in)} = \frac{107,80}{1 + 0.45 \times 0.2222} = 98,00 \quad PV = R\$ 98,00$$

Com a CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C, temos:

```
f FIN f 2
107,80 ENTER
1 ENTER
0.45 ENTER
0.2222 x + ÷
```

...Limpa os dados dos registros financeiros e estabelece o número de casas decimais
 ...Não há funções para este cálculo. Devemos fazê-lo na raça!!!!

4. Um investidor aplicou R\$ 200.000,00 no dia 06/01/90, à taxa de 27% ao ano. Em que data esse capital elevar-se-á a R\$ 219.500,0?

Solução

$$PV = 200.000,00 \quad i = 27\% \text{ a.a.} \quad FV = 219.500,00 \quad n = ?$$

$$FV = PV (1 + i n) \Rightarrow 219.500,00 = 200.000,00 (1 + 0.27 \times n)$$

$$\frac{219.500,00}{200.000,00} = 1 + 0.27n \Rightarrow 1.10 = 1 + 0.27n \Rightarrow 0.10 = 0.27n$$

$$n = \frac{0.10}{0.27} = 0.36 \text{ anos} \quad \text{ou} \quad 0.36 \times 360 = 130 \text{ dias}$$

Através da HP-12C

g D.MY
06.011990 ENTER
130 g DATE

... Coloca no modo dia-mês-ano
 ... Introduz a data 06/01/90
 ... Coloca 130 dias adiante e calcula a data
 ... O visor mostra 16,05,1990 3

ou Tabela do Apêndice 2, temos: 16/05/90 (quarta-feira)

5. Um negociante obteve R\$ 441.000,00 de empréstimo, à taxa de 21% ao ano. Alguns meses depois tendo encontrado quem lhe oferecesse a mesma importância a 18% ao ano, assumiu o compromisso com essa pessoa e, na mesma data, liquidou a dívida com a primeira. Um ano depois de realizado o primeiro empréstimo, saldou o débito e verificou que pagou ao todo R\$ 82.688,00 de juro. Calcule o prazo do primeiro empréstimo?

SOLUÇÃO

$$P = 441.000,00$$

$$i_1 = 21\% \text{ a . a .} = 1,75\% \text{ a . m.}$$

$$n_1 = x \text{ meses}$$

$$J_{\text{total}} = 82.688,00 = J_1 + J_2$$

$$J_1 = P i_1 n_1 = 441.000.0,0175.x \quad J_2 = P i_2 n_2 = 441.000.0,0150.(12-x)$$

$$441000 [0,0175x + 0,0150(12 - x)] = 82688$$

$$0,0175x + 0,18 - 0,0150x = (82.688/441.000) = 0,1875$$

$$0,0025 x = 0,1875 - 0,18$$

$$x = (0,0075/0,0025) = 3 \text{ meses.}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Transformar 2 anos, 3 meses e 12 dias em:

- a . anos b. meses c. dias
- a . 2 anos + (3/12) anos + (12/360) anos¹ = 2,28 anos
- b . 2 x 12 meses + 3 meses + 12/30 meses = 27,4 meses
- c . 2 x 360 dias + 3 x 30 dias + 12 dias = 822 dias

2. Qual a taxa anual proporcional a 1,4% ao mês?

SOLUÇÃO

O mês é uma fração 1/12 do período (ano). Logo, $i_{12} = 1,4\%$. Mas, $i_{12} = \frac{i}{12}$,
então,
 $i = 12 \cdot i_{12} = 12 \cdot 1,4\% = 16,8\% \text{ a . a .}$

3. Calcular os juros de um investimento de R\$ 2.500,00, à taxa de 3% ao mês, pelo prazo de 1 ano, 4 meses e 10 dias.

SOLUÇÃO

$P = R\$ 2.500,00$
 $i = 3\% \text{ a . m.} \Rightarrow i_{12} = i/12 \Rightarrow i = 12 \cdot 3\% = 36\% \text{ a . a .} = 0,36 \text{ a . a .}$
 $n = 1 \text{ ano} + 4/12 \text{ anos} + 10/360 \text{ anos} = 1,3611111 \text{ anos}$
 $J = P i n = 2.500 \cdot 0,36 \cdot 1,3611111 = R\$ 1.225,00$

4. Um investimento de R\$ 2.800,00 rendeu em 1 ano, 5 meses e 3 dias a importância de R\$ 2.872,80. Calcular a taxa mensal dessa rentabilidade.

SOLUÇÃO

$P = R\$ 2.800,00$
 $n = 12 \text{ meses} + 5 \text{ meses} + 3/30 \text{ meses} = 17,1 \text{ meses}$
 $i = ?$
 $J = R\$ 2.872,80$ (este foi o rendimento)
 $J = P i n \Rightarrow 2872,80 = 2800 i 17,1 \Rightarrow i = \frac{2872,80}{2800 \cdot 17,1} = 0,06$ ou $i = 6\% \text{ a.m.}$

5. Que quantia deve-se investir à taxa de 3% a . m., para que se tenha ao final de 1 ano, 4 meses e 6 dias uma renda de R\$ 97.200,00?

SOLUÇÃO

$P = ?$
 $i = 3\% \text{ a . m.} = 0,03 \text{ a . m.}$
 $n = 12 \text{ meses} + 4 \text{ meses} + 6/30 \text{ meses} = 16,2 \text{ meses}$
 $J = R\$ 97.200,00$
 $J = P i n \Rightarrow 97.200,00 = P 0,03 16,2 \Rightarrow P = \frac{97.200,00}{0,03 \cdot 16,2} = 200.000,00$

6. Calcular os juros e o montante de uma aplicação de R\$ 200.000,00 a 4,8% a . m., pelo prazo de 2 anos, 3 meses e 12 dias.

SOLUÇÃO

$J = ?$ $M = ?$
 $P = R\$ 200.000,00$
 $i = 4,8\% = 0,048 \text{ a . m.}$
 $n = 24 \text{ meses} + 3 \text{ meses} + 12/30 \text{ meses} = 27,4 \text{ meses}$
 $J = P i n = 200.000,00 \times 0,048 \times 27,4 = 263.040,00$
 $M = P + J = R\$ 463.040,00$

¹ Nas operações comerciais, o ano tem 360 dias e os meses 30 dias, inclusive fevereiro.

7. Um investidor aplica $\frac{2}{5}$ de seu capital a 3,5% a . m. e o restante a 24% ao semestre. Decorridos 2 anos, 3 meses e 15 dias, recebe um total de R\$ 313.500,00 de juros. Calcular o seu capital.

SOLUÇÃO

$$P_1 = (2/5)P \quad i = 3,5\% = 0,035 \text{ a . m.}$$

$$P_2 = (3/5)P \quad i_2 = 24\% \text{ a .s.} = 4\% \text{ a . m.} = 0,04 \text{ a . m.}$$

$$n = 24 \text{ meses} + 3 \text{ meses} + 15/30 \text{ meses} = 27,5 \text{ meses}$$

$$J_1 = P_1 i n = (2/5) . P . 0,035 . 27,5 = 0,385 P$$

$$J_2 = P_2 i n = (3/5) . P . 0,04 . 27,5 = 0,66 P$$

$$J_1 + J_2 = 313.500,00 = 0,385 P + 0,66 P = 1,045 P$$

$$P = 313.500,00/1,045 = 300.000,00$$

8. Um investidor aplicou R\$ 120.000,00 a 42% a . a . . Decorrido um certo tempo, a taxa foi diminuída para 3% ao mês. Calcular o prazo em que vigorou a taxa de 3% ao mês, sabendo que em 7 meses os juros totalizaram R\$ 27.000,00. **Resp:- 4 meses**

SOLUÇÃO

$$P = \text{R\$ } 120.000,00 \quad P = \text{R\$ } 120.000,00$$

$$i = 42\% = 3,5\% \text{ a .m.} = 0,035 \text{ a . m.} \quad i' = 3\% = 0,03 \text{ a . m.}$$

$$n' = 7 - n \quad n = ?$$

$$J = P i n \Rightarrow J_1 = 120.000,00 0,035 (7 - n) \text{ e}$$

$$J_2 = 120.000,00 0,03 n$$

A soma dos juros será:

$$120.000,00 0,035 (7 - n) + 120.000,00 0,03 n = 27.000,00$$

Dividindo todos os termos desta equação por 3.000,00 , resulta:

$$40 0,035 (7 - n) + 40 0,03 n = 9 \Rightarrow 0,2 n = 0,8 \text{ ou}$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

9. Duas aplicações, uma à taxa de 4,8% ao mês e a outra a 3,6 ao mês, renderam, em 1 ano e 3 meses, R\$ 99.000,00 de juros. Calcular cada uma dessas aplicações, sabendo que os juros da primeira excederam os da segunda em R\$ 1.800,00

SOLUÇÃO

$$P_1 = ? \quad P_2 = ?$$

$$i_1 = 0,048 \text{ a . m.} \quad i_2 = 0,036 \text{ a . m.}$$

$$n = 15 \text{ meses}$$

$$J = P i n$$

$$J_1 = P_1 0,048 15 = 0,72 P_1$$

$$J_2 = P_2 0,036 15 = 0,54 P_2$$

Efetuando, respectivamente, a soma e a diferença dos juros, temos:

$$0,72 P_1 + 0,54 P_2 = 99.000,00$$

$$0,72 P_1 - 0,54 P_2 = 1.800,00$$

Somando as duas equações acima, temos:

$$1,44 P_1 = 100.800,00 \Rightarrow P_1 = \text{R\$ } 70.000,00$$

Subtraindo uma equação

da outra, temos:

$$1,08 P_2 = 97.200,00 \Rightarrow P_2 = \text{R\$ } 90.000,00$$

10. A que taxa devemos investir para que, em 10 anos, o montante seja o dobro da aplicação inicial?

SOLUÇÃO

Pela fórmula do montante, $M = P + J$. Para que $M = 2P$, o juro deverá ser igual à aplicação inicial. Portanto:

$$M = P + P = 2 P$$

Por outro lado, sabemos que $M = P (1 + in)$ e que $n = 10$, temos:

$$P (1 + 10i) = 2P$$

Simplificando, fica:

$$1 + 10i = 2 \Rightarrow i = 0,1 \text{ ou } 10\% \text{ a . a .}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS (Descontos Simples)

1. Uma duplicata de R\$ 230.000,00 foi resgatada antes do seu vencimento por R\$ 191.360,00. Calcular o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4,5% ao mês.

SOLUÇÃO

$$N = \text{R\$ } 230.000,00$$

$$A = \text{R\$ } 191.360,00$$

$$n = ?$$

$$i = 4,5\% = 0,045 \text{ a . m.}$$

$$d = N i n$$

$$230.000 - 191.360 = 230.000 \cdot 0,045 n$$

$$n = 38.640 / (230.000 \cdot 0,045) = 3,73333 \text{ meses}$$

$$n = 3 \text{ meses} + 0,733333 \times 30 \text{ dias} =$$

$$n = 3 \text{ meses } 22 \text{ dias}$$

2, Calcular o valor nominal de um título com vencimento para 3 meses, sabendo que a diferença entre os seus descontos comercial e racional, à taxa de 4% ao mês, é de R\$ 3.034,29.

SOLUÇÃO

$$d = N i n \text{comercial}$$

$$A' = \frac{N}{1 + in} \text{ ..racional}$$

$$\frac{A'}{N} = \frac{1}{1 + in} \quad d' = A' i n \quad d' = A' (d/N) = (A'/N) d = \frac{d}{1 + in}$$

$$d = N \cdot 0,04 \cdot 3 = 0,12 N$$

$$d' = \frac{0,12 N}{1 + 0,04 \cdot 3} = 0,10714286 N$$

$$d - d' = 3.034,29$$

$$0,12 N - 0,10714286 N = 3.034,29$$

$$0,01285714 N = 3.034,29 \Rightarrow N = \text{R\$ } 236.000,00$$

3. Calcular o tempo de antecipação do resgate de uma nota promissória, sabendo que o seu valor nominal é seis vezes o do desconto comercial, a 5% ao mês.

SOLUÇÃO

$$d = N i n \Rightarrow d = 6d \cdot 0,05 n \Rightarrow n = 1/0,3 = 10/3 = 3 \frac{1}{3} \text{ meses}$$

$$n = 3 \text{ meses } 10 \text{ dias}$$

4. Duas promissórias, uma de R\$ 50.000,00, vencível em 90 dias e outra de R\$ 90.000,00, vencível em 150 dias, deverão ser resgatadas por um só pagamento, a ser efetuado dentro de 60 dias. Qual é o valor desse resgate à taxa de desconto comercial de 3,5% ao mês?

SOLUÇÃO

$$N_1 = \text{R\$ } 50.000,00$$

$$N_2 = \text{R\$ } 90.000,00$$

$$n_1 = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses}$$

$$n_2 = 150 \text{ dias} = 5 \text{ meses}$$

Vamos calcular os valores atuais(a 60 dias de hoje) das duas notas promissórias:

$$A_1 = 50.000,00 (1 - 0,035 \cdot 1) \rightarrow (\text{a } 1 \text{ mês do vencimento})$$

$$A_1 = \text{R\$ } 48.250,00$$

$$A_2 = 90.000,00 (1 - 0,035 \cdot 3) \rightarrow (\text{a } 3 \text{ meses do vencimento})$$

$$A_2 = R\$ 80.550,00$$

No resgate(a 60 dias de hoje), temos $A_1 + A_2 = 48.250,00 + 80.550,00 = R\$ 128.800,00$

5. Uma empresa descontou dois títulos num banco. Um de R\$ 240.000,00 para 90 dias e outro de R\$ 160.000,00 para 180 dias. Desejando substituí-los por um título único, com vencimento para 60 dias, calcular o valor nominal deste último, supondo que permaneça inalterada a taxa de desconto (comercial) de 3,5% ao mês.

SOLUÇÃO

$$N_1 = R\$ 240.000,00$$

$$N_2 = R\$ 160.000,00$$

$$n_1 = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses}$$

$$n_2 = R\$ 180 \text{ dias} = 6 \text{ meses}$$

$$n = 60 \text{ dias} = 2 \text{ meses}$$

Cálculo dos valores atuais: (na data de hoje)

$$A_1 = 240.000,00 (1 - 0,035 \cdot 3) = 214.800,00$$

$$A_2 = 160.000,00 (1 - 0,035 \cdot 6) = 126.400,00$$

$$A = N(1 - 0,035 \cdot 2) = 0,93 N \quad \text{na data de hoje}$$

Cálculo do valor nominal do título único:

$$A = A_1 + A_2 \Rightarrow 0,93 N = 214.800 + 126.400$$

$$0,93 N = 341.200,00 \Rightarrow N = R\$ 366.881,72$$

6. Uma empresa tem três títulos descontados num banco com valores de R\$ 50.000,00, R\$ 180.000,00 e R\$ 70.000,00, a vencerem respectivamente em 90, 150 e 180 dias. Desejando substituí-los por dois outros de valores nominais *iguais*, para 60 e 120 dias, calcular o valor nominal comum, supondo que a taxa de desconto comercial é de 3,5% ao mês para todas as transações.

SOLUÇÃO

$$N_1 = R\$ 50.000,00$$

$$n_1 = 90 \text{ dias} = 3 \text{ meses}$$

$$N_2 = R\$ 180.000,00$$

$$N = ?$$

$$n_2 = 150 \text{ dias} = 5 \text{ meses}$$

$$n_1' = 60 \text{ dias} = 2 \text{ meses}$$

$$N_3 = R\$ 70.000,00$$

$$N = ?$$

$$n_3 = 180 \text{ dias} = 6 \text{ meses}$$

$$n_2' = 120 \text{ dias} = 4 \text{ meses}$$

Cálculo dos valores atuais: (na data de hoje)

$$A_1 = 50.000,00 (1 - 0,035 \cdot 3) = 44.750,00$$

$$A_2 = 180.000,00 (1 - 0,035 \cdot 5) = 148.500,00$$

$$A_3 = 70.000,00 (1 - 0,035 \cdot 6) = 55.300,00$$

TÍTULOS A SEREM SUBSTITUÍDOS

$$A_1' = N (1 - 0,035 \cdot 2) = 0,93 N$$

$$A_2' = N (1 - 0,035 \cdot 4) = 0,86 N$$

TÍTULOS SUBSTITUTOS

Cálculo do valor nominal

$$0,93 N + 0,86 N = 44.750 + 148.500 + 55.300$$

$$1,79 N = 248.550$$

$$N = R\$ 138.854,75$$

7. Três títulos cujos valores são: R\$ 230.000,00, R\$ 180.000,00 e R\$ 140.000,00, com vencimento para 30, 60 e 90 dias, respectivamente, foram substituídos por dois outros de R\$ 300.000,00 cada um, vencíveis em 120 e 180 dias. Calcular a taxa de desconto comercial, supondo que seja a mesma para toda a transação.

SOLUÇÃO

Cálculo dos valores atuais:

$$A_1 = 230.000,00 (1 - i)$$

$$A_2 = 180.000,00 (1 - 2i)$$

$$A_3 = 140.000,00 (1 - 3i)$$

$$A_1' = 300.000,00 (1 - 4i)$$

$$A_2' = 300.000,00 (1 - 6i)$$

Cálculo da taxa de desconto:

Estabelecendo uma relação entre os valores atuais², temos:

$$A_1' + A_2' = A_1 + A_2 + A_3$$

ou seja,

$$300.000,00 (1 - 4i) + 300.000,00 (1 - 6i) = 230.000(1 - i) + 180.000(1 - 2i) + 140.000 (1 - 3i) \Rightarrow 199 i = 5$$

$$i = 0,0251 \text{ ou } i = 2,51\% \text{ a . m.}$$

² Na data de hoje