

SIMULADO da 4ª PROVA BIMESTRAL de INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA

O departamento de recursos humanos de uma empresa, preocupado com a produtividade de seus 320 vendedores, fez um levantamento das vendas semanais destes colaboradores. Os valores foram agrupados com intervalo de classe como mostra a tabela de distribuição de frequências abaixo:

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00

1ª Questão

Com referência a essa tabela, determine e interprete o *Desvio Médio Simples* (DMS):

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$	$ x_i - x_{media} \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00	
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00	
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00	
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00	
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00	
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00	
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00	
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00	
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00	
Σ						
média =						
DMS =						

Resp:

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$	$ x_i - x_{media} \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00	447
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00	2.602
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00	3.950
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00	3.452
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00	1.172
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00	2.125
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00	4.594
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00	2.784
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00	2.119
Σ	320	100,000%		2.025	79.500	23.245
média =	$79.500/320 =$	248				
DMS =	$23.245/320 =$	72,641				

OBS:- Aqui arredondamos para zero casas decimais!!

Em média, a quantidade em R\$ vendida pelos vendedores está afastada da média R\$ 248.000,00 por R\$ 72.641,00.

2ª Questão

Encontre e interprete a **variância** e o **desvio padrão** dos valores das vendas dos 320 vendedores durante uma semana, considerando estes dados como uma Amostra de valores anuais.

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$	$(x_i - x_{media})^2$	$(x_i - x_{media})^2 \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00		
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00		
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00		
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00		
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00		
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00		
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00		
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00		
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00		
Σ							
média =							
Variância =							
Desvio-padrão =	$\sqrt{\text{Variância}}$						

Resp:

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$	$(x_i - x_{media})^2$	$(x_i - x_{media})^2 \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00	49.729	99.458
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00	29.929	448.935
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00	15.129	484.128
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00	5.329	250.463
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00	529	26.450
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00	729	58.320
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00	5.929	355.740
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00	16.129	354.838
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00	31.329	375.948
Σ	320	100,000%		2.025,00	79.500,00		2.454.280
média =	79.500,00/320 =		248,00				
Variância =	2.454.280/(320-1) =		7.694,00				
Desvio-padrão =	$\sqrt{\text{Variância}}$		87,72				

OBS:- Para calcularmos a penúltima coluna, elevando um número ao quadrado na HP-12C, fazemos o seguinte:

25 ENTER 248 - ENTER 2 y^x 49.729

Interpretações:

A variância não tem interpretação.

O desvio-padrão:

Aproximadamente 68% dos valores das vendas durante uma semana (amostra) ficaram entre 248.000,00 - 87.720,00 e 248.000,00 + 87.720,00.

Aproximadamente 95% dos valores das vendas durante uma semana (amostra) ficaram entre 248.000,00 - 2x87.720,00 e 248.000,00 + 2x87.720,00.

Aproximadamente 99% dos valores das vendas durante uma semana (amostra) ficaram entre 248.000,00 - 3x87.720,00 e 248.000,00 + 3x87.720,00.

3ª Questão

Encontre a **dispersão relativa** dos valores semanais vendidos (amostra) pelos 320 vendedores.

Resp:

A dispersão relativa para uma variável contínua representando uma amostra é definida como:

$$CV(x) = \frac{s(x)}{\bar{x}}$$

Onde $s(x)$ é o desvio padrão dos valores da amostra e \bar{x} é a sua média.

$$CV(x) = \frac{87.720,00}{248.000,00} = 0,3537 \text{ ou } 35,37\%$$

Os valores se dispersam em 35,37% do valor da média em torno desta.

4ª Questão

Classifique, quanto à **assimetria** (distorção), a distribuição de frequências das vendas semanais (amostra) dos 320 vendedores da empresa, usando o *Coefficiente de Pearson*.

Resp:

Como vemos da tabela do enunciado a classe modal corresponde à classe 250|---300.

A moda será dada pela fórmula de Czuber:

$$M_0 = l_j^* + \frac{D_1}{D_1 + D_2} h = 250 + \frac{80 - 50}{(80 - 50) + (80 - 60)} \times 50 = 250 + \frac{30}{30 + 20} \times 50 = 250 + 30 = 280$$

O coeficiente de Pearson é dado por:

$$A_s = \frac{\bar{X} - M_0}{\sigma(X)}$$

Segundo este critério, as distribuições são classificadas da seguinte forma:

Se $A_s \leq -1$ \Rightarrow assimétrica negativa forte.
Se $-1 < A_s < 0$ \Rightarrow assimétrica negativa fraca.
Se $A_s = 0$ \Rightarrow simétrica.
Se $0 < A_s < 1$ \Rightarrow assimétrica positiva fraca.
Se $A_s \geq 1$ \Rightarrow assimétrica positiva forte.

Então,

$$A_s = \frac{\bar{X} - M_0}{\sigma(X)} = \frac{248 - 280}{87,72} = -0,3648$$

É uma distribuição assimétrica negativa fraca

5ª Questão

Classifique, quanto à **curtose** (achatamento), a distribuição de frequências das vendas semanais (amostra) dos 320 vendedores da empresa, usando o *Coefficiente de Curtose*.

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$	$(x_i - x_{media})^2$	$(x_i - x_{media})^4$	$(x_i - x_{media})^4 \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00			
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00			
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00			
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00			
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00			
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00			
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00			
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00			
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00			
Σ								
média =								
Variância =								
Desvio-padrão =	$\sqrt{\text{Variância}}$							
Numerador =								

Resp:

Para classificar uma distribuição de frequências quanto a sua curtose, vamos utilizar o coeficiente de curtose dado por:

$$K = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i \sigma^4(x)} - 3$$

Se $K = 0 \Rightarrow$ distribuição mesocúrtica.
 Se $K > 0 \Rightarrow$ distribuição leptocúrtica.
 Se $K < 0 \Rightarrow$ distribuição platicúrtica.

Vamos construir mais uma coluna na tabela da questão 2:

Valores x_i (milhares de R\$)	Qde Vendedores f_i	fr_i	F_i	$x_i = PM_i$	$PM_i \cdot f_i$	$(x_i - x_{media})^2$	$(x_i - x_{media})^4$	$(x_i - x_{media})^4 \cdot f_i$
0 ---50	2	0,625%	2	25	50,00	49.729	2.472.973.441	4.945.946.882
50 ---100	15	4,688%	17	75	1.125,00	29.929	895.745.041	13.436.175.615
100 ---150	32	10,000%	49	125	4.000,00	15.129	228.886.641	7.324.372.512
150 ---200	47	14,688%	96	175	8.225,00	5.329	28.398.241	1.334.717.327
200 ---250	50	15,625%	146	225	11.250,00	529	279.841	13.992.050
250 ---300	80	25,000%	226	275	22.000,00	729	531.441	42.515.280
300 ---350	60	18,750%	286	325	19.500,00	5.929	35.153.041	2.109.182.460
350 ---400	22	6,875%	308	375	8.250,00	16.129	260.144.641	5.723.182.102
400 ---450	12	3,750%	320	425	5.100,00	31.329	981.506.241	11.778.074.892
Σ	320	100,000%		2.025	79.500			46.708.159.120
média =	79.500,00/320 =		248					
Variância =	2.454.280/(320-1) =		7.694					
Desvio-padrão =	$\sqrt{\text{Variância}}$		87,72					
Numerador =	46.708.159.120/320 =		145.962.997,25					

Ao calcularmos a última coluna encontraremos um resultado com um número de dígitos superior a 9 e o visor da calculadora não mostrará números com mais de 9 dígitos. Para contornarmos este problema, multiplicamos a penúltima coluna por $f_i/100$ e depois avançamos com a vírgula 2 casas para a direita. Assim,

2472973441 ENTER 0,02 x49.459.468,82

Lançamos o resultado 4.945.946.882

895745041 ENTER 0,15 x134.361.756,2

Lançamos o resultado 13.436.175.620. O final do meu resultado foi 615 e aqui obtivemos 620. Não tem importância, encontraremos no final um valor aproximado.

Substituindo os valores encontrados nas questões anteriores na fórmula do K, temos:

$$K = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i \sigma^4(x)} - 3 = \frac{145.962.997}{(7.694)^2} - 3 = -0,5343$$

Como K é negativo, a distribuição de freqüências dos valores é **PLATICÚRTICA**.