

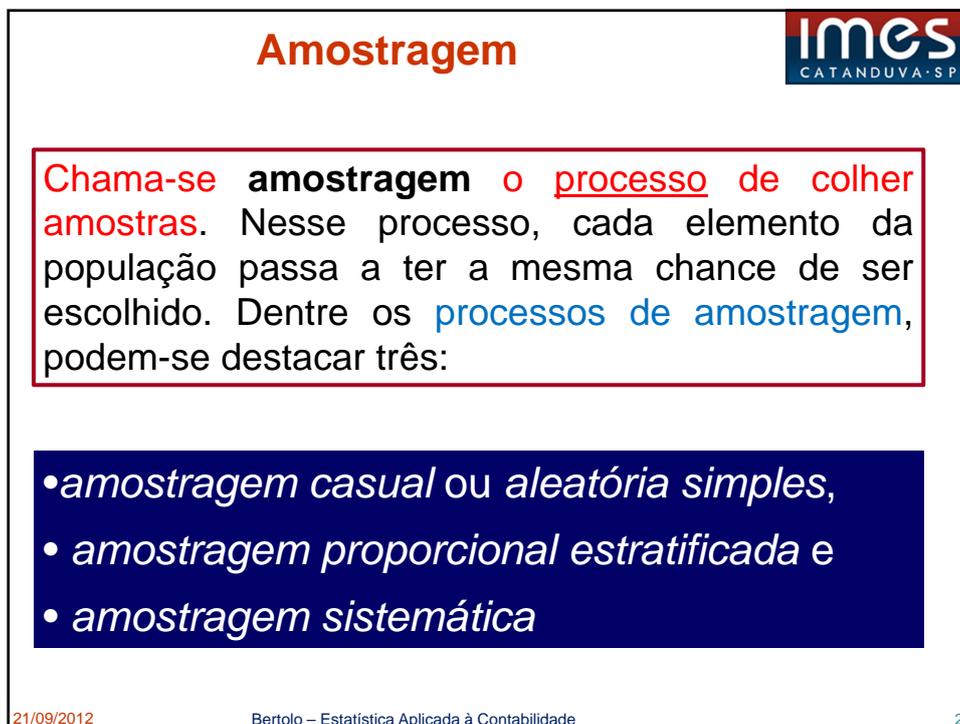


**imes**  
CATANDUVA · SP

# ESTATÍSTICA

na Contabilidade – Parte 7

*Luiz A. Bertolo*



**Amostragem**

**imes**  
CATANDUVA · SP

Chama-se **amostragem** o processo de colher amostras. Nesse processo, cada elemento da população passa a ter a mesma chance de ser escolhido. Dentre os processos de amostragem, podem-se destacar três:

- *amostragem casual ou aleatória simples,*
- *amostragem proporcional estratificada e*
- *amostragem sistemática*

21/09/2012 Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade 2

## Amostragem Casual ou Aleatória Simples



É um sorteio, por exemplo, para retirar uma amostra de 9 alunos de uma sala de 90 alunos, utiliza-se um sorteio com todos os números dos alunos escritos em papéis dentro de um saco, ou numa roleta, ou etc..

Para amostras grandes utiliza-se a Tabela de Números Aleatórios como mostrada ao lado:

Assim para o exemplo da sala de aula, utilizando dois algarismos, através da leitura de uma linha ou coluna qualquer, obtém-se:

Como na amostra temos 9 alunos e a população vai de 1 a 90 escolhe-se os 9 primeiros (ou últimos, ou intercalados segundo um critério) números dentro dessa faixa não ultrapassando 90:

TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS:

4089	21	50972311229916322073342757935
9429	83	955656035421560876747584474574
9162	49	35131746759123109337217450307
1893	54	07780600288820706372086834667
5463	68	10691320345851104084166365822
8971	19	7869594104386863778047797193
3334	65	80141780949759877686879966037
4541	27	45453796307078437510500378563
0937	75	90226286543836876800576730823
0031	57	22700538301689920326750689597
4088	02	86819601124112049528138283980
4851	70	82961615151983952936177534213
8377	88	07768110421392168091675545344
9478	39	99458093014712611313263001937
7255	17	65137467538970112111052523380
7502	09	0336897517727838658592568022
0548	60	59876878316874668963654022101
7733	57	75259427436621224906489970798
8712	73	15091901828631364896115181688
9141	88	405174129325339876693647484235
1333	94	15818812097261575252075158945
6409	09	50433236556760229578486090415
6612	52	334539029543695950656447167206
3684	85	173339638981171376932344879
6097	03	966195872248124344787138158269
2959	12	28645034328267090939214704686
9495	02	5388249364703967607086856392
6679	56	93003013317851707765870559065
6650	82	22895290515154075049442212741
6261	20	60525263928362659135082196503
2666	17	2843512826049801660722976814
3144	04	47529617437377115208676805224
2315	00	467329103837823078143436888191
9281	23	158208401691252402652942000771
9486	13	158117036463891417260112903
9318	16	2848090475600458504180127180
4584	02	460649825075183489592606168
8752	60	72022072006215092082299468593
7661	51	37865689131364878907136298873
3178	04	772941451159447165769562100
9052	91	66922404721992775774549276643
9337	48	04732806365958682256338987294
9843	19	8002445073111658185866770073
2299	48	82954181431046936950086692053
9799	29	9430122473624102895355009
8162	63	15631085885592091944821635693
4572	65	01299892911583695166753271682
7402	98	14018789111161895536422929
9021	09	25063099011249715224683999215
8741	79	748708627451704515039444836990
3373	16	106890715201874282728218735
6180	85	78403492944127549835280560282
6656	89	516730717425542868057538304
9136	00	04352682254103537099780708631
3239	58	78440096122614123315293273314
6381	19	8837197327400595923132563294



## A Tabela de Números Aleatórios



Para obtermos os elementos da amostra usando esta tabela, sorteamos um algarismo qualquer da mesma, a partir do qual iremos considerar números de dois, três ou mais algarismos, conforme a necessidade. Os números assim obtidos irão indicar os elementos da amostra.

A leitura da Tabela pode ser feita horizontalmente (da direita para a esquerda ou vice-versa), verticalmente (de cima para baixo ou vice-versa), diagonalmente (no sentido ascendente ou descendente) ou formando o desenho de uma letra qualquer. A opção, porém, deve ser feita antes de iniciado o processo.

Assim, para o nosso exemplo da sala de aula, considerando a 12ª linha, tomamos os números de dois algarismos (tantos algarismos quanto formam o maior número da população, neste exemplo 90), obtendo:

48      51      77      08      29      61  
51      39      42

Evidentemente os numerais repetidos e os já escolhidos, bem como aqueles superiores a 90 foram descartados

TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS:

4089	32	150972311229916322073342757935
9429	83	955656035421560876747584474574
9162	49	35131746759123109337217450307
1893	54	07780600288820706372086834667
5463	68	10691320345851104084166365822
8971	19	7869594104386863778047797193
3334	65	80141780949759877686879966037
4541	27	45453796307078437510500378563
0937	75	90226286543836876800576730823
0031	57	22700538301689920326750689597
4088	02	86819601124112049528138283980
4851	70	82961615151983952936177534213
8377	88	07768110421392168091675545344
9478	39	99458093014712611313263001937
7255	17	65137467538970112111052523380
7502	09	0336897517727838658592568022
0548	60	59876878316874668963654022101
7733	57	75259427436621224906489970798
8712	73	15091901828631364896115181688
9141	88	405174129325339876693647484235
1333	94	15818812097261575252075158945
6409	09	50433236556760229578486090415
6612	52	334539029543695950656447167206
3684	85	173339638981171376932344879
6097	03	966195872248124344787138158269
2959	12	28645034328267090939214704686
9495	02	5388249364703967607086856392
6679	56	93003013317851707765870559065
6650	82	22895290515154075049442212741
6261	20	60525263928362659135082196503
2666	17	2843512826049801660722976814
3144	04	47529617437377115208676805224
2315	00	467329103837823078143436888191
9281	23	158208401691252402652942000771
9486	13	158117036463891417260112903
9318	16	2848090475600458504180127180
4584	02	460649825075183489592606168
8752	60	72022072006215092082299468593
7661	51	37865689131364878907136298873
3178	04	772941451159447165769562100
9052	91	66922404721992775774549276643
9337	48	04732806365958682256338987294
9843	19	8002445073111658185866770073
2299	48	82954181431046936950086692053
9799	29	9430122473624102895355009
8162	63	15631085885592091944821635693
4572	65	01299892911583695166753271682
7402	98	14018789111161895536422929
9021	09	25063099011249715224683999215
8741	79	748708627451704515039444836990
3373	16	106890715201874282728218735
6180	85	78403492944127549835280560282
6656	89	516730717425542868057538304
9136	00	04352682254103537099780708631
3239	58	78440096122614123315293273314
6381	19	8837197327400595923132563294



## Exercícios sobre a Tabela de N° Aleatórios



A.1 - Utilizando a tabela de números aleatórios, obtenha uma amostra de 10 pessoas de uma sala de aula com 85 alunos, utilize a 10ª e a 11ª coluna para começar o sorteio.

A.2 - Uma escola de 1º grau abriga 124 alunos. Obtenha uma amostra representativa correspondendo a 15% da população. Sugestão: use a 8ª, 9ª e 10ª colunas, a partir da 5ª linha, da Tabela de Números Aleatórios (de cima para baixo).

A.3 - Em uma escola há oitenta alunos. Obtenha uma amostra de doze alunos. Sugestão: decida, juntamente com a classe e seu professor, o uso da Tabela de Números Aleatórios.

A.4 - Uma população é formada por 140 notas resultantes da aplicação de um teste de inteligência:

89	129	95	123	81	93	105	95	96	80	87	110	139	75
123	60	72	86	108	120	57	113	65	108	90	137	74	106
109	84	121	60	128	100	72	119	103	128	80	99	149	85
77	91	51	100	63	107	76	82	110	63	131	65	114	103
104	107	63	117	116	86	115	62	122	92	102	113	74	78
69	116	82	95	72	121	52	80	100	85	117	85	102	106
94	84	123	42	90	91	81	116	73	79	98	82	69	102
100	79	101	98	110	95	67	77	91	95	74	90	134	94
79	92	73	83	74	125	101	82	71	75	101	102	78	108
125	56	86	98	106	72	117	89	99	86	82	57	106	90

Obtenha uma amostra formada de 26 elementos, tomando, inicialmente, a 1ª linha da esquerda para a direita

TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS:

40	89	93	21	50	97	23	11	22	99	16	32	20	73	34	27	57	93	5
94	98	39	56	56	03	54	21	50	07	67	47	58	44	74	57	4	4	74
19	62	34	93	51	31	74	67	59	12	31	09	33	72	17	45	00	37	
18	93	54	07	78	00	02	88	20	70	67	37	20	86	83	46	67	7	
54	63	68	10	69	13	20	34	58	51	10	40	08	41	66	35	65	82	
89	71	41	97	86	95	94	10	43	86	86	37	78	04	77	97	19	3	
33	44	85	80	14	17	80	49	97	59	87	76	88	79	96	60	37	3	
45	41	27	45	45	37	93	70	37	04	74	37	51	05	00	37	63	3	
09	37	75	90	22	26	28	65	43	38	68	76	80	05	76	73	08	23	
00	31	25	72	27	00	53	83	01	68	99	02	32	67	50	66	89	59	
48	58	60	26	68	19	60	11	12	41	120	49	52	81	38	23	98	0	
48	57	70	82	96	16	15	15	19	83	95	29	36	17	75	34	21	3	
83	77	38	67	76	81	104	21	33	92	16	80	91	16	75	45	34	4	
91	18	84	05	17	41	29	32	53	39	87	66	93	64	7	48	4	35	
13	39	94	15	81	88	11	20	97	26	16	57	25	20	75	15	89	45	
64	05	09	50	43	33	23	65	67	02	29	57	44	86	09	04	15	5	
16	42	25	34	53	90	29	54	35	65	95	06	64	47	16	7	20	6	
36	84	35	31	73	39	33	85	98	11	71	37	69	32	34	4	5	7	
60	97	03	96	19	57	22	48	12	34	47	87	13	18	15	8	2	6	
29	59	43	92	66	03	32	82	70	80	93	92	14	70	4	0	8	6	
94	55	59	25	38	88	24	93	64	70	36	70	68	65	63	9	2	2	
66	79	35	63	30	03	13	31	78	51	70	77	65	87	05	5	9	0	
66	66	23	22	89	52	95	15	14	07	50	94	94	22	12	7	4	1	
2	26	12	20	60	52	26	39	28	32	65	59	13	50	82	19	6	0	
2	66	63	17	28	43	51	28	12	60	49	80	16	67	22	9	7	6	
63	14	60	44	75	29	17	43	73	77	11	52	08	67	86	05	2	2	
23	15	50	46	73	29	10	38	37	82	30	78	14	34	36	88	88	19	
21	14	23	15	82	08	40	16	91	25	24	02	26	52	94	20	00	7	
93	39	94	15	81	88	11	20	97	26	16	57	25	20	75	15	89	45	
93	84	16	28	48	09	04	75	60	04	58	50	41	80	12	7	18	0	
92	16	24	26	46	46	48	25	07	15	34	89	59	26	00	6	16	8	
77	26	50	72	02	20	27	00	62	15	09	20	82	29	94	68	59	3	
67	17	51	37	86	56	89	13	36	48	89	07	13	62	98	87	3	3	
31	98	04	77	29	44	14	51	15	94	47	16	57	65	60	2	10	0	
90	28	91	66	92	24	04	72	19	92	77	57	74	54	92	7	5	4	
90	37	78	04	73	26	06	36	59	68	62	25	63	38	87	2	9	4	
90	37	19	98	00	24	45	07	31	18	58	18	56	86	87	7	0	7	
22	96	48	29	54	18	14	31	04	63	99	69	00	86	69	2	0	5	
91	79	92	90	94	10	12	24	76	02	10	28	95	50	0	9	9	9	
11	29	63	15	61	10	85	88	55	92	09	19	48	21	16	35	6	9	
45	21	65	01	29	99	29	11	53	89	51	67	53	27	1	8	2	1	
90	74	07	89	14	01	78	91	11	85	35	92	38	64	2	9	2	9	
90	14	09	25	06	30	99	01	12	49	71	52	24	46	83	99	9	2	
90	14	79	74	08	27	45	11	70	15	61	90	18	50	19	4	6	3	
33	38	36	10	68	90	07	15	20	18	07	42	28	27	28	2	1	7	
11	04	85	78	40	39	29	44	12	54	98	32	80	55	60	2	8	2	
11	60	80	39	51	16	73	79	17	42	54	29	86	05	67	3	8	0	
91	63	80	04	35	26	82	25	41	03	57	09	97	80	7	0	8	6	
32	90	58	78	44	40	99	12	26	14	12	33	15	23	31	2	3	3	
12	21	71	98	87	94	10	47	04	74	68	63	92	31	32	6	3	9	

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

5

## Amostragem Proporcional Estratificada



É comum termos populações que se dividam em sub-populações (estratos) e, como cada estrato pode ter um comportamento diferente do outro, a amostra deve considerar a existência desses estratos e a sua proporção em relação à população.

EXEMPLO: supondo que uma sala de aula seja composta de 54 meninos e 36 meninas. Determine uma amostra de 9 pessoas:

Sexo	População	Cálculo Proporcional Regra de três simples	Amostra
Masculino	54	$54 \times 9 / 90 = 5,4$	5
Feminino	36	$36 \times 9 / 90 = 3,6$	4
Total	90	9	9

Posteriormente, utiliza-se a tabela de números aleatórios para escolher 5 meninos e 4 meninas da seguinte maneira:

Numeramos os alunos de 01 a 90, sendo de 01 a 54 correspondendo aos meninos e de 55 a 90, as meninas. Na Tabela tomamos a primeira e a segunda colunas da esquerda, de cima para baixo, obtemos os seguintes números

40 94 91 18 54 89 33 45 09 00 40 48 83 94 72 75 05 77

Temos então

meninos: 40 18 54 33 45

meninas: 89 83 72 75

TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS:

40	89	93	21	50	97	23	11	22	99	16	32	20	73	34	27	57	93	5
94	98	39	56	56	03	54	21	50	07	67	47	58	44	74	57	4	4	74
19	62	34	93	51	31	74	67	59	12	31	09	33	72	17	45	00	37	
18	93	54	07	78	00	02	88	20	70	67	37	20	86	83	46	67	7	
54	63	68	10	69	13	20	34	58	51	10	40	08	41	66	35	65	82	
89	71	41	97	86	95	94	10	43	86	86	37	78	04	77	97	19	3	
33	44	85	80	14	17	80	49	97	59	87	76	88	79	96	60	37	3	
45	41	27	45	45	37	93	70	37	04	74	37	51	05	00	37	63	3	
09	37	75	90	22	26	28	65	43	38	68	76	80	05	76	73	08	23	
00	31	25	72	27	00	53	83	01	68	99	02	32	67	50	66	89	59	
48	58	60	26	68	19	60	11	12	41	120	49	52	81	38	23	98	0	
48	57	70	82	96	16	15	15	19	83	95	29	36	17	75	34	21	3	
83	77	38	67	76	81	104	21	33	92	16	80	91	16	75	45	34	4	
91	18	84	05	17	41	29	32	53	39	87	66	93	64	7	48	4	35	
13	39	94	15	81	88	11	20	97	26	16	57	25	20	75	15	89	45	
64	05	09	50	43	33	23	65	67	02	29	57	44	86	09	04	15	5	
16	42	25	34	53	90	29	54	35	65	95	06	64	47	16	7	20	6	
36	84	35	31	73	39	33	85	98	11	71	37	69	32	34	4	5	7	
60	97	03	96	19	57	22	48	12	34	47	87	13	18	15	8	2	6	
29	59	43	92	66	03	32	82	70	80	93	92	14	70	4	0	8	6	
94	55	59	25	38	88	24	93	64	70	36	70	68	65	63	9	2	2	
66	79	35	63	30	03	13	31	78	51	70	77	65	87	05	5	9	0	
66	66	23	22	89	52	95	15	14	07	50	94	94	22	12	7	4	1	
2	26	12	20															

## Exercícios



B.1 – Em uma escola existem 250 alunos, distribuídos em séries conforme a tabela. Obtenha uma amostra de 40 alunos e preencha a tabela.

250 ..... 35  
40 ..... x

$$x = \frac{35 \times 40}{250}$$

Séries	População	Cálculo Proporcional	Amostra
1ª	35	$x = 35 \cdot 40/250$	= 5,6 = 6
2ª	32	$x = 32 \cdot 40/250$	= 5,12 = 5
3ª	30	$x = 30 \cdot 40/250$	= 4,8 = 5
4ª	28	$x = 28 \cdot 40/250$	= 4,48 = 4
5ª	35	$x = 35 \cdot 40/250$	= 5,6 = 6
6ª	32	$x = 32 \cdot 40/250$	= 5,12 = 5
7ª	31	$x = 31 \cdot 40/250$	= 4,96 = 5
8ª	27	$x = 27 \cdot 40/250$	= 4,32 = 4
Total	250		40

B.2 – Uma universidade apresenta o seguinte quadro relativo aos seus alunos dos cursos de Licenciatura.

Obtenha uma amostra proporcional estratificada de 100 a

310 ..... 85  
100 ..... x

$$x = \frac{85 \times 100}{310}$$

Série	Qtde	Amostra
1ª	85	27,42 = 27
2ª	70	22,58 = 23
3ª	80	25,81 = 26
4ª	75	24,19 = 24
Total	310	100

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

7

## Mais Exercícios



B.3 – Uma cidade X apresenta o seguinte quadro relativo às suas escolas de 1º grau:

Escola	Homens	Mulheres	Total	Amostra		
				Homens	Mulheres	Total
A	80	95	175	5		11
B	102	120				
C	110	92				
D	134	228				
E	150	130				
F	300	290				
Total	876	955	1831			120

B.4 – Uma população encontra-se dividida em três estratos, com tamanhos, respectivamente,  $n_1 = 40$ ,  $n_2 = 100$  e  $n_3 = 60$ . Sabendo-se que, ao ser realizada uma amostragem estratificada proporcional, nove elementos da amostra foram retirados do 3º estrato, determine o número total de elementos da amostra.

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

8

## Mais um “Exercíciozinho” prá alegrar os corações .



B.5 – O diretor de uma escola, na qual estão matriculados 280 meninos e 320 meninas, desejoso de conhecer as condições de vida extra-escolar de seus alunos e não dispondo de tempo para entrevistar todas as famílias, resolveu fazer um levantamento por amostragem, em 10% dessa clientela. Obtenha, para esse diretor, os elementos componentes da amostra.

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

9

## Amostragem Sistemática



É quando a amostragem é feita através de um sistema possível de ser aplicado pois a população já se encontra ordenada.

Exemplo 1: em uma linha de produção, a cada 10 itens fabricados, retira-se 1 para inspeção, tem-se uma amostra de 10 % da população.

Exemplo 2: em uma rua com 900 prédios, deseja-se uma amostra de 50.  $900/50 = 18$  (50 grupos de 18 prédios cada). Faz-se um sorteio entre 1 e 18, por exemplo 4, então pesquisaríamos o 4º prédio da rua, o 22º, o 40º, 58º, assim por diante.

### Exercício Disso

C.1 – Mostre como seria possível retirar uma amostra de 32 elementos de uma população ordenada formada por 2.432 elementos.

Na ordenação geral, qual dos elementos abaixo seria escolhido para pertencer à amostra, sabendo-se que o elemento de ordem 1.420 a ela pertence?

1.648º 290º 725º 2.025º 1.120º.

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

10

## Amostragem Sistemática



É quando a amostragem é feita através de um sistema possível de ser aplicado pois a população já se encontra ordenada.

Exemplo 1: em uma linha de produção, a cada 10 itens fabricados, retira-se 1 para inspeção, tem-se uma amostra de 10 % da população.

Exemplo 2: em uma rua com 900 prédios, deseja-se uma amostra de 50.  $900/50 = 18$  (50 grupos de 18 prédios cada). Faz-se um sorteio entre 1 e 18, por exemplo 4, então pesquisaremos o 4º prédio da rua, o 22º, o 40º, 58º, assim por diante.

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

11

## Amostragem Sistemática



### Exercício Disso

C.1 – Mostre como seria possível retirar uma amostra de 32 elementos de uma população ordenada formada por 2.432 elementos.  
Na ordenação geral, qual dos elementos abaixo seria escolhido para pertencer à amostra, sabendo-se que o elemento de ordem 1.420 a ela pertence?  
1.648º 290º 725º 2.025º 1.120º.

#### Solução

$$\frac{2432}{32} = 76 \text{ elementos em cada um dos 32 grupos.}$$

Assim para os  $N = 32$  grupos, temos:

N  
1... 1 - 76  
2... 77 - 152  
3... 153 - 228 ←  $N \times 76$   
.  
.  
32.. 2.357 - 2.432

$L_{\text{anterior}} + 1$  ou  $(2.432 - 76) + 1$

O 1.420 pertence à amostra, qual o seu grupo?  
 $(1.420 / 76) = 18,68$  ou 19.  
Ele pertence ao grupo 19

19... 1.369 - 1.444 ←  $19 \times 76$   
 $(1.444 - 76) + 1$

$1.420 - 1.369 = 51^\circ$  elemento

Verificando se 1.648º pertence à amostra?  
 $(1.648 / 76) = 21,68$   
Pertence ao 22º grupo  
22... 1.597 - 1.672  
 $(1.672 - 76) + 1$   $22 \times 76$   
 $1.597 + 51 = 1.648$ .  
O elemento de ordem 1.648º pertence à amostra

21/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

12