ESTATÍSTICA

na Contabilidade – Parte 5

Luiz A. Bertolo

Medidas Estatísticas

A distribuição de frequências permite-nos descrever, de modo geral, os grupos de valores (*classes*) assumidos por uma variável. Com ela, por exemplo, podemos localizar se a maior concentração de valores de uma dada distribuição se encontra no início, no meio, ou no final dos valores.

Quando confrontamos distribuições e queremos destacar as tendências de cada uma, isoladamente, necessitamos de conceitos que expressem através de números estas tendências. Esses conceitos são denominados **elementos típicos** da distribuição (ou *estatísticas*) e são:

- Medidas de Posição (locação ou tendência central)
- Medidas de Dispersão (variabilidade)
- Medidas de Assimetria
- Medidas de Curtose

Cap. 5 - Medidas de Dispersão ou Variabilidade p. 91

Continuação

Variância e Desvio Padrão – p.91

A variância é uma medida de dispersão muito parecida com o desvio médio, a única diferença em relação a este é que, na variância, ao invés de trabalharmos em módulo as diferenças entre cada elemento e a média, tomamos os quadrados das diferenças. Isso se dá pelo fato de que, elevando cada diferença ao quadrado, continuamos trabalhando com números não negativos, como também pelo fato de que, em procedimentos estatísticos mais avançados, tal método facilita futuras manipulações algébricas.

$$\text{Variância } \sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + (x_3-\bar{x})^2 + \cdots + (x_N-\bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2}{N}$$

NOTAÇÕES: Para uma série de dados representando uma População, a variância será denotada por $\sigma^2(x)$ (letra grega). Caso a série represente uma Amostra, a variância será denotada $s^2(x)$ (letra latina).

Cálculo da Variância - ROL

Para um ROL representando uma população:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Para um ROL representando uma amostra:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

EXEMPLO:
Calcule a variância da sequência X: 4, 5, 8, 5

SOLUÇÃO

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{4+5+8+5}{4} = 5{,}5$

A variância se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(4-5{,}5)^2 + (5-5{,}5)^2 + (8-5{,}5)^2 + (5-5{,}5)^2}{4} = \frac{(-1{,}5)^2 + (-0{,}5)^2 + (2{,}5)^2 + (-0{,}5)^2}{4} = \frac{2{,}25 + 0{,}25 + 6{,}25 + 0{,}25}{4} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(4-5{,}5)^2 + (5-5{,}5)^2 + (8-5{,}5)^2 + (5-5{,}5)^2}{3} = \frac{(-1{,}5)^2 + (-0{,}5)^2 + (2{,}5)^2 + (-0{,}5)^2}{3} = \frac{2{,}25 + 0{,}25 + 6{,}25 + 0{,}25}{3} = \frac{9}{3} = 3{,}00$$

Cálculo da Variância – Variável Discreta

Para uma VARIÁVEL DISCRETA representando uma população:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$ POPULAÇÃO

Para um VARIÁVEL DISCRETA representando uma amostra:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}$$ AMOSTRA

EXEMPLO:
Calcule a variância da série abaixo, representativa de uma população

x_i	f_i
2	3
3	5
4	8
5	4

SOLUÇÃO

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
2	3	6	8,1675
3	5	15	2,1125
4	8	32	0,9800
5	4	20	7,2900
Σ	20	73	18,55

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{73}{20} = 3{,}65$

A variância se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{18{,}55}{20} = 0{,}9275$$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{18{,}55}{19} = 0{,}9763$$

Cálculo da Variância – Variável Contínua

Para uma VARIÁVEL CONTÍNUA representando uma população:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

x_i é o ponto médio da classe i.

Para uma VARIÁVEL CONTÍNUA representando uma amostra:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}$$

x_i é o ponto médio da classe i.

EXEMPLO:
Calcule a variância da série abaixo, representativa de uma população

classe	Int. cl.	f_i
1	0|--4	1
2	4|--8	3
3	8|--12	5
4	12|--16	1

SOLUÇÃO

classe	Int. cl.	f_i	x_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
1	0|--4	1	2	2	40,96
2	4|--8	3	6	18	17,28
3	8|--12	5	10	50	12,80
4	12|--16	1	14	14	31,36
Σ		10		84	102,4

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{84}{10} = 8{,}4$

A variância se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{102{,}4}{10} = 10{,}24$$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{102{,}4}{9} = 11{,}38$$

Fazer todos os exercícios propostos na pág. 100-101

Desvio Padrão

Para entendermos o procedimento para o cálculo do desvio-padrão, é interessante percebermos que, no cálculo da variância, tal como vimos no tópico anterior, cometemos um “erro técnico” que será corrigido pelo desvio-padrão, ou seja, no momento em que elevamos ao quadrado as dispersões (diferenças) de cada elemento em relação à média, automaticamente alteramos a **unidade** de trabalho. Por exemplo: se estivermos trabalhando com a coleta das alturas, em metro, das pessoas de uma determinada comunidade, a unidade da variância encontrada será o m^2 (metro quadrado), que representa áreas. E é aí que entra o desvio-padrão, ou seja, extraindo a raiz quadrada da variância.

$$\text{Desvio} - \text{padrão } \sigma = \sqrt{\text{Variância}}$$

Desvio Padrão – Exemplo p.92-93

IMES CATANDUVA·SP

Então, se no exemplo do item anterior a variância encontrada foi 2,25, temos que o desvio-padrão foi de

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$$

Observação: O uso do Desvio Médio pode causar dificuldades quando comparamos conjuntos de dados com números diferentes de observações: Exemplo: Em A = {3,4,5,6,7} temos o Desvio Médio (DM) como 6/5 = 1,2 e σ^2 = 10/5 = 2

Em D = {3,5,5,7} temos o Desvio Médio (DM) = 1,0 e σ^2 = 2

Assim, podemos dizer que, segundo o Desvio Médio, o grupo *D* é mais homogêneo (tem menor dispersão) do que *A*, enquanto que ambos têm a mesma homogeneidade segundo a variância. O desvio médio possui pequena utilização em estatística e em geral vale 0,8 vezes o desvio padrão .

Cálculo do Desvio Padrão – Variável Discreta

IMES CATANDUVA·SP

Para uma VARIÁVEL DISCRETA representando uma população:

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}$$ POPULAÇÃO

Para um VARIÁVEL DISCRETA representando uma amostra:

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}}$$ AMOSTRA

EXEMPLO:
Calcule o desvio padrão da série abaixo, representativa de uma população

x_i	f_i
2	3
3	5
4	8
5	4

SOLUÇÃO

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
2	3	6	8,1675
3	5	15	2,1125
4	8	32	0,9800
5	4	20	7,2900
Σ	20	73	18,55

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{73}{20} = 3{,}65$

A variância se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{18{,}55}{20}} = \sqrt{0{,}9275} = 0{,}963$$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{\frac{18{,}55}{19}} = \sqrt{0{,}9763} = 0{,}988$$

Cálculo do Desvio Padrão – Variável Contínua

Para uma VARIÁVEL CONTÍNUA representando uma população:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}}$$

x_i é o ponto médio da classe i.

Para uma VARIÁVEL CONTÍNUA representando uma amostra:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}}$$

x_i é o ponto médio da classe i.

EXEMPLO:
Calcule o desvio-padrão da série abaixo, representativa de uma população

classe	Int. cl.	f_i
1	0|--4	1
2	4|--8	3
3	8|--12	5
4	12|--16	1

SOLUÇÃO

classe	Int. cl.	f_i	x_i	$x_i f_i$	$(x_i-\bar{x})^2 f_i$
1	0|--4	1	2	2	40,96
2	4|--8	3	6	18	17,28
3	8|--12	5	10	50	12,80
4	12|--16	1	14	14	31,36
Σ		10		84	102,4

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{84}{10} = 8,4$

O desvio padrão se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{102,4}{10}} = \sqrt{10,24} = 3,2$$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$\sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{\frac{102,4}{9}} = \sqrt{11,38} = 3,373$$

Fazer todos os exercícios propostos na pág. 100-101

Automatizando os Cálculos na HP-12C

Na HP-12C precisamos de uma fórmula derivada daquela do cálculo da variância e do desvio padrão:

DADOS BRUTOS

Neste caso, fazemos a introdução deles como no cáculo da média e pressionamos g s para calcularmos o desvio-padrão e depois elevamos ao quadrado para a variância>

EXEMPLO:
Calcule o desvio padrão e a variância da sequência X: 4, 5, 8, 5 representando uma amostra .

```
Introduzimos os dados assim: f Σ   4 Σ+   5 Σ+   8 Σ+   5 Σ+

g s ...1,73205          desvio padrão
ENTER 2 yˣ ...3,00000   variância
```

EXEMPLO:
Calcule o desvio padrão e a variância da sequência X: 4, 5, 8, 5 representando uma população.

```
Introduzimos os dados e como último valor, a média (por que?), assim:
f Σ   4 Σ+   5 Σ+   8 Σ+   5 Σ+  g x  Σ+
g s ...1,50000          desvio padrão
ENTER 2 yˣ ...2,25000    variância
```

Automatizando os Cálculos na HP-12C

Na HP-12C precisamos de uma fórmula derivada daquela do cálculo da variância e do desvio padrão:

DADOS AGRUPADOS – Variável Discreta

Neste caso, fazemos a introdução deles como no cálculo da média PONDERADA . A variância da população e da amostra podem ser encontradas como:

$\sigma^2(x) = \overline{{x_w}^2} - (\overline{x_w})^2$ e $s^2(x) = \frac{n}{n-1}\sigma^2(x)$

EXEMPLO:
Calcule a variância e o devio padrão da série abaixo, representativa de:
a. uma população e b. uma amostra

x_i	f_i
2	3
3	5
4	8
5	4

SOLUÇÃO

Introduzimos os dados assim: f Σ 2 ENTER 3 Σ+ 3 ENTER 5 Σ+ 4 ENTER 8 Σ+ 5 ENTER 4 Σ+ g x_w ENTER 2 y^x ... 13,32250 STO 7
Depois:
f Σ 2 ENTER 2 y^x ENTER 3 Σ+ 3 ENTER 2 y^x ENTER 5 Σ+ 4 ENTER 2 y^x ENTER 8 Σ+ 5 ENTER 2 y^x ENTER 4 Σ+ g x_w ... 14,25000 ENTER RCL 7 - ...**0,92750**

Para a amostra, basta calcularmos: ENTER 20 x 19 ÷ **0,97632**

Exercícios Propostos p. 100

1. Calcule a variância e o desvio padrão da população:
   X: 2, 3, 7, 9, 11, 13

Solução

Primeiramente precisamos calcular a média aritmética simples.

A média é: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2+3+7+9+11+13}{6} = 7{,}50$

Os quadrados das diferenças $(x_i - \bar{x})^2$ valem:

$(x_1 - \bar{x})^2 = (2 - 7{,}50)^2 = 30{,}25$ $(x_2 - \bar{x})^2 = (3 - 7{,}50)^2 = 20{,}25$ $(x_3 - \bar{x})^2 = (7 - 7{,}50)^2 = 0{,}25$
$(x_4 - \bar{x})^2 = (9 - 7{,}50)^2 = 2{,}25$ $(x_5 - \bar{x})^2 = (11 - 7{,}50)^2 = 12{,}25$ $(x_6 - \bar{x})^2 = (13 - 7{,}50)^2 = 30{,}25$

A variância é: $\sigma^2(x) = \frac{\sum(|x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{30{,}25+20{,}25+0{,}25+2{,}25+12{,}25+30{,}25}{6} = \mathbf{15{,}91667}$

O desvio padrão é: $\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{15{,}91667} = \mathbf{3{,}98957}$

Na HP-12C:

Introduzimos os dados como no cálculo da média aritmética simples e pressionamo g s, ao invés de g $\bar{x}$. Isto nos dará o desvio padrão da AMOSTRA e queremos o da população. Então introduzimos a média como mais um dado e o desvio padrão encontrado será o da POPULAÇÃO:

f Σ 2 Σ+ 3 Σ+ 7 Σ+ 9 Σ+ 11 Σ+ 13 Σ+ g $\bar{x}$ Σ+ g s **3,98957**

Elevando ao quadrado o desvio padrão, temos a variância:

ENTER 2 y^x **15,91667**

Exercícios Propostos p. 100

2. Calcule a variância e o desvio padrão da população:
   Y: 5, 12, 4, 20, 13, 17

Solução

Primeiramente precisamos calcular a média aritmética simples.

A média é: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+12+4+20+13+17}{6} = 11{,}83333$

Os quadrados das diferenças $(x_i - \bar{x})^2$ valem:

$(x_1 - \bar{x})^2 = (5 - 11{,}83333)^2 = 46{,}69444$
$(x_2 - \bar{x})^2 = (12 - 11{,}83333)^2 = 0{,}02778$
$(x_3 - \bar{x})^2 = (4 - 11{,}83333)^2 = 61{,}36111$
$(x_4 - \bar{x})^2 = (20 - 11{,}83333)^2 = 66{,}69444$
$(x_5 - \bar{x})^2 = (13 - 11{,}83333)^2 = 1{,}36111$
$(x_6 - \bar{x})^2 = (17 - 11{,}83333)^2 = 26{,}69444$

A variância é: $\sigma^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{46{,}69444+0{,}02778+61{,}36111+66{,}69444+1{,}36111+26{,}69444}{6} = \mathbf{33{,}80555}$

O desvio padrão é: $\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{33{,}80555} = \mathbf{5{,}81425}$

Na HP-12C:

Introduzimos os dados como no cálculo da média aritmética simples e pressionamo g s, ao invés de g $\bar{x}$. Isto nos dará o desvio padrão da AMOSTRA e queremos o da população. Então introduzimos a média como mais um dado e o desvio padrão encontrado será o da POPULAÇÃO:

f Σ 5 Σ+ 12 Σ+ 4 Σ+ 20 Σ+ 13 Σ+ 17 Σ+ g $\bar{x}$ Σ+ g s **5,81425**

Elevando ao quadrado o desvio padrão, temos a variância:

ENTER 2 y^x **33,80556**

Exercícios Propostos p. 100

3. Calcule a variância e o desvio padrão da amostra:
   Z: 15, 16, 17, 20, 21

Solução

Primeiramente precisamos calcular a média aritmética simples.

A média é: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{15+16+17+20+21}{5} = 17{,}80$

Os quadrados das diferenças $(x_i - \bar{x})^2$ valem:

$(x_1 - \bar{x})^2 = (15 - 17{,}80)^2 = 7{,}84$
$(x_2 - \bar{x})^2 = (16 - 17{,}80)^2 = 3{,}24$
$(x_3 - \bar{x})^2 = (17 - 17{,}80)^2 = 0{,}64$
$(x_4 - \bar{x})^2 = (20 - 17{,}80)^2 = 4{,}84$
$(x_5 - \bar{x})^2 = (21 - 17{,}80)^2 = 10{,}24$

A variância é: $s^2(x) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{7{,}84+3{,}24+0{,}64+4{,}84+10{,}24}{4} = \mathbf{6{,}70}$

O desvio padrão é: $s(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{6{,}70} = \mathbf{2{,}58844}$

Na HP-12C:

Introduzimos os dados como no cálculo da média aritmética simples e pressionamo g s, ao invés de g $\bar{x}$. Isto nos dará o desvio padrão da AMOSTRA

f Σ 15 Σ+ 16 Σ+ 17 Σ+ 20 Σ+ 21 Σ+ g s **2,58844**

Elevando ao quadrado o desvio padrão, temos a variância:

ENTER 2 y^x **6,70**

Exercícios Propostos p. 100

4. Calcule a variância e o desvio padrão da amostra:
Z: 6, 5, 10, 12, 19

Solução

Primeiramente precisamos calcular a média aritmética simples.

A média é: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{6+5+10+12+19}{5} = 10{,}40$

Os quadrados das diferenças $(x_i - \bar{x})^2$ valem:

$(x_1 - \bar{x})^2 = (6 - 10{,}40)^2 = 19{,}36$ $(x_2 - \bar{x})^2 = (5 - 10{,}40)^2 = 29{,}16$
$(x_3 - \bar{x})^2 = (10 - 10{,}40)^2 = 0{,}16$ $(x_4 - \bar{x})^2 = (12 - 10{,}40)^2 = 2{,}56$
$(x_5 - \bar{x})^2 = (19 - 10{,}40)^2 = 73.96$

A variância é: $s^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{19{,}36+29{,}16+0{,}16+2{,}56+73{,}96}{4} = \mathbf{31{,}30}$

O desvio padrão é: $s(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{31{,}30} = \mathbf{5{,}59464}$

Na HP-12C:

Introduzimos os dados como no cálculo da média aritmética simples e pressionamo g s, ao invés de g $\bar{x}$. Isto nos dará o desvio padrão da AMOSTRA

f Σ 6 Σ+ 5 Σ+ 10 Σ+ 12 Σ+ 19 Σ+ g s **5,59464**

Elevando ao quadrado o desvio padrão, temos a variância:

ENTER 2 y^x **31,30**

Exercícios Propostos p. 101

5. Calcule a variância e o desvio padrão da população

Idade (anos) x_i	Nº alunos f_i
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4

SOLUÇÃO

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
17	3	51	10,15680
18	18	324	12,70080
19	17	323	0,43520
20	8	160	10,76480
21	4	84	18,66240
Σ	50	942	52,72000

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{942}{50} = 18{,}84$

A variância se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sigma^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i} = \frac{52{,}72}{50} = \mathbf{1{,}05440}$$

O desvio padrão se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{52{,}72}{50}} = \sqrt{1{,}05440} = \mathbf{1{,}02684 \approx 1{,}03}$$

Exercícios Propostos p. 101

6. Calcule a variância e o desvio padrão para o número de acidentes diários, observados em um cruzamento, durante 40 dias. (Amostra)

Nº Acidentes por dia x_i	Nº dias f_i
0	30
1	5
2	3
3	11
4	1

SOLUÇÃO

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
0	30	0	6,075
1	5	5	1,5125
2	3	6	7,2075
3	1	3	6,5025
4	1	4	12,6025
Σ	40	18	33,90

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{18}{40} = 0{,}45.$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$s^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{33{,}90}{39} = \mathbf{0{,}86923}$$

O desvio padrão se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$s(x) = \sqrt{s^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{0{,}86923} = \mathbf{0{,}93233 \approx 0{,}93}$$

Exercícios Propostos p. 101

7. Calcule a variância e o desvio padrão para a distribuição de valores de 54 notas fiscais emitidas na mesma data, selecionadas em uma loja de departamentos. (Amostra)

classe	Int. cl.	f_i
1	0|--50	10
2	50|--100	28
3	100|--150	12
4	150|--200	2
5	200|--250	1
6	250|--300	1

SOLUÇÃO

classe	Int. cl.	f_i	x_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
1	0|--50	10	25	250	38.440
2	50|--100	28	75	2.100	4.032
3	100|--150	12	125	1.500	17.328
4	150|--200	2	175	350	15.488
5	200|--250	1	225	225	19.044
6	250|--300	1	275	275	35.344
Σ		54		4.700	129.676

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{4700}{54} = 87{,}03704 \approx 87.$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$s^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{129.676}{53} = \mathbf{2.446{,}72}$$

O desvio padrão se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$s(x) = \sqrt{s^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{2.446{,}72} = \mathbf{49{,}46430 \approx 49{,}46}$$

Exercícios Propostos p. 101

8. Calcule a variância e o desvio padrão para a distribuição de valores de 54 notas fiscais emitidas na mesma data, selecionadas em uma loja de departamentos. (Amostra)

classe	Int. cl.	f_i
1	150|--160	2
2	160|--170	15
3	170|--180	18
4	180|--190	18
5	190|--200	16
6	200|--210	1

SOLUÇÃO

classe	Int. cl.	f_i	x_i	$x_i f_i$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
1	150|--160	2	155	310	1.236,03920
2	160|--170	15	165	2.475	3.312,29400
3	170|--180	18	175	3.150	425,152800
4	180|--190	18	185	3.330	475,55280
5	190|--200	16	195	3.120	3.667,51360
6	200|--210	1	205	205	632,01960
Σ		70		12.590	9.748,57200

A média será: $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{12.590}{70} = 179{,}85714 \approx 179{,}86.$

A variância se os dados representam uma AMOSTRA será:

$$s^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1} = \frac{9.748{,}572}{69} = \mathbf{141{,}28365} \approx \mathbf{141{,}28\ cm}$$

O desvio padrão se os dados representam uma POPULAÇÃO será:

$$s(x) = \sqrt{s^2(x)} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i - 1}} = \sqrt{141{,}28} = \mathbf{11{,}88628} \approx \mathbf{11{,}89\ cm}$$

Exercícios Propostos p. 101

9. Interprete os valores obtidos na Questão 6:

Solução

a. variância não tem interpretação.
b. desvio padrão:
   Aproximadamente 68% dos dias ocorrem entre 0 e 1,38 acidentes/dia.
   Aproximadamente 95% dos dias ocorrem entre 0 e 2,31 acidentes/dia.
   Aproximadamente 99% dos dias ocorrem entre 0 e 3,24 acidentes/dia.
   As aproximações neste caso não são razoáveis, pois a série é muito assimétrica.

10. Interprete os valores obtidos na Questão 7:

Solução

a. variância não tem interpretação.
b. desvio padrão:
   Aproximadamente 68% dos dias ocorrem entre US$ 37,58 e US$ 136,50.
   Aproximadamente 95% dos dias ocorrem entre US$ 0 e US$ 185,96.
   Aproximadamente 99% dos dias ocorrem entre US$ 0 e US$ 235,42.
   As aproximações neste caso são apenas razoáveis, pois a série é assimétrica.

Exercícios Propostos p. 101

11. Interprete os valores obtidos na Questão 8:

Solução

a. variância não tem interpretação.
b. desvio padrão:
Aproximadamente 68% dos dias ocorrem entre 167,97 cm e 191,75 cm.
Aproximadamente 95% dos dias ocorrem entre 156,08 cm e 203,64 cm.
Aproximadamente 99% dos dias ocorrem entre 149,19 cm e 215,53 cm.
As aproximações neste caso são bem razoáveis, pois a série é praticamente simétrica.

12. Uma série estatística simétrica apresenta: $\bar{x}$ = 10, σ^2 (x) = 4 e σ(x) = 2. Interprete estes valores

Solução

a. $\bar{x}$ = 10. Os valores da série estatística X estão concentrados em torno de 10.
b. σ(x) = 4. Variância não tem interpretação
c. σ(x) = 2:
Aproximadamente 68% dos valores da série estão compreendidos entre 8 e 12.
Aproximadamente 95% dos valores da série estão compreendidos entre 6 e 14.
Aproximadamente 99% dos valores da série estão compreendidos entre 4 e 16.

Exercícios Propostos p. 101

13. Uma série estatística Y simétrica apresenta: $\bar{y}$ = 20, σ^2 (y) = 6,25 e σ(y) = 2,5. Interprete estes valores

Solução

a. $\bar{y}$ = 20. Os valores da série estatística Y estão concentrados em torno de 20.
b. σ^2(y) = 6,25. Variância não tem interpretação
c. σ(y) = 2,5:
Aproximadamente 68% dos valores da série estão compreendidos entre 17,5 e 22,5.
Aproximadamente 95% dos valores da série estão compreendidos entre 15 e 25.
Aproximadamente 99% dos valores da série estão compreendidos entre 12,5 e 27,5.

Momentos de uma distribuição de freqüências

Definimos o momento de ordem *t* de um conjunto de dados como:

$$M_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i)^t}{N}$$

Definimos o momento de ordem *t* centrado em relação a uma constante *a* como

$$M_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - a)^t}{N}$$

Especial interesse tem o caso do momento centrado em relação a , dado por:

$$m_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^t}{N}$$

Mais Momentos

- Conforme já vimos nos casos da média e da variância, as expressões precedentes podem ser reescritas levando-se em consideração as freqüências dos diferentes valores existentes. Temos então respectivamente,

$$M_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i)^t \cdot f_i}{N}$$

$$M_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - a)^t \cdot f_i}{N}$$

$$m_t = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^t \cdot f_i}{N}$$

É fácil ver que $M_1 = \bar{x}$; $m_1 = 0$; $m_2 = \sigma^2$.