

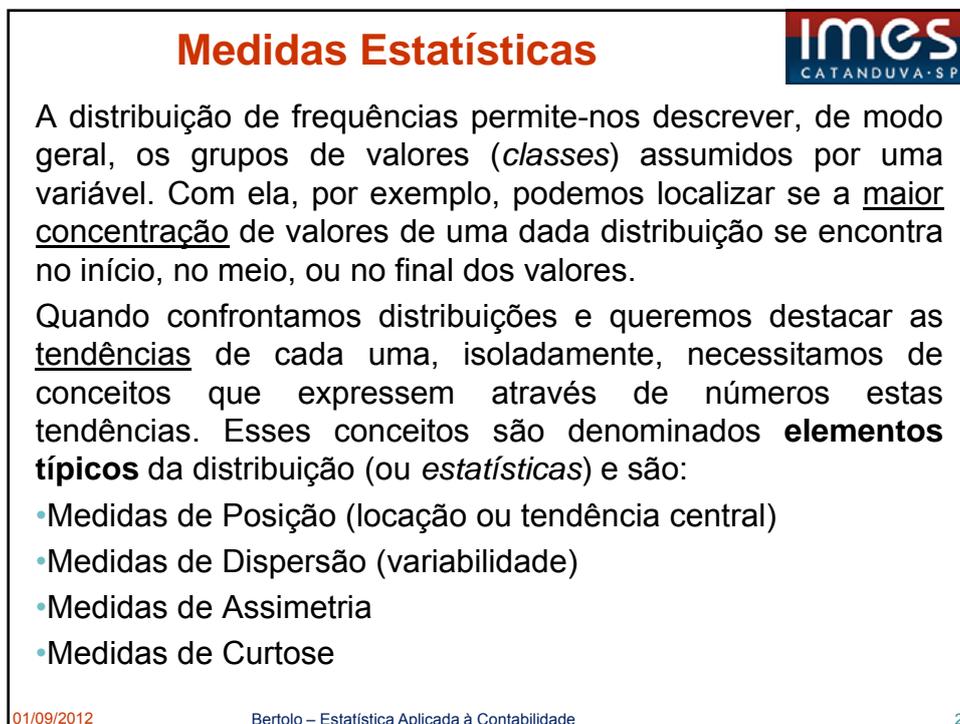


imes
CATANDUVA-SP

ESTATÍSTICA

na Contabilidade – Revisão - Parte 2

Luiz A. Bertolo



imes
CATANDUVA-SP

Medidas Estatísticas

A distribuição de frequências permite-nos descrever, de modo geral, os grupos de valores (*classes*) assumidos por uma variável. Com ela, por exemplo, podemos localizar se a maior concentração de valores de uma dada distribuição se encontra no início, no meio, ou no final dos valores.

Quando confrontamos distribuições e queremos destacar as tendências de cada uma, isoladamente, necessitamos de conceitos que expressem através de números estas tendências. Esses conceitos são denominados **elementos típicos** da distribuição (ou *estatísticas*) e são:

- Medidas de Posição (locação ou tendência central)
- Medidas de Dispersão (variabilidade)
- Medidas de Assimetria
- Medidas de Curtose

01/09/2012 Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade 2

Cap.3 – Medidas de Posição (ou tendência central)



Elas mostram o valor representativo em torno do qual os dados tendem a agrupar-se com maior ou menor frequência.

A medida de **tendência central** é um número que está representando todo o conjunto de dados, isto é, ela resume o conjunto de dados; nas pesquisas tal número pode ser encontrado a partir das medidas:

- a) **média aritmética,**
- b) **moda,**
- c) **mediana.**

O uso de cada uma delas é mais conveniente de acordo com o nível de mensuração, o aspecto ou forma da distribuição de dados e o objetivo da pesquisa.

Outras medidas de posição são as **separatrizes**, que englobam:

- a própria mediana;
- os quartis;
- os percentis.

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

3

2.1.1 – Média Aritmética Simples ()



É a medida de centralidade mais comum, porém deve ser usada em dados representando variáveis quantitativas, pois não haveria sentido utilizá-la em uma distribuição em que a variável fosse, por exemplo, time de futebol ou sexo. A média representa, ainda, o ponto de distribuição no qual se equilibram as discrepâncias (diferenças) positivas e negativas de cada dado, ou seja, as discrepâncias positivas somadas se **anulam** com as negativas somadas.

2.1.1.1 dados **NÃO** agrupados

Dada uma sequência numérica $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ela é definida da seguinte forma:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

é a soma de todos os números, dividida pelo número de parcelas. É uma das medidas de tendência central de maior emprego.

$$\text{EX: } 4 \ 15 \ 20 \ 20 \ 24 \ 27 \ 30 \quad \bar{x} = \frac{4 + 15 + 20 + 20 + 24 + 27 + 30}{7} = 20$$

Observe que: $(20-4) + (20-15) + (20-24) + (20-27) + (20-30) = 0$

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

4

E na HP-12C ??



- Como um procedimento geral, os dados são sempre coletados como um par de números, ou valores (x,y) , por exemplo, *quantidade* e *preço* de várias mercadorias.

- HP-12C calcula as seguintes somas:

- $\sum x_n$ $\sum y_n$ $\sum (x_n)^2$

- $\sum (y_n)^2$ $\sum (x_n \times y_n)$

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

5

Introdução dos Dados na HP-12C



- Para o caso de um par de dados:
- digita-se o dado y **ENTER**, o dado x e, depois, pressione a tecla **$\Sigma+$**
- A HP-12C calcula automaticamente as estatísticas e armazena nos registradores R1 a R6, como mostra a Tabela:

Fazer o exemplo anterior:

EX: 4 15 20 20 24 27 30

f Σ

4 $\Sigma+$ 15 $\Sigma+$ 20 $\Sigma+$ 20 $\Sigma+$ 24 $\Sigma+$

27 $\Sigma+$ 30 $\Sigma+$

RCL 2 ENTER RCL 1 \div

Ou simplesmente **\bar{x}**

Registrador	Estatística
R1 e visor	N
R2	Σx
R3	Σx^2
R4	Σy
R5	Σy^2
R6	Σxy

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

6

Exemplo



• Os preços de vendas das últimas 10 casas vendidas na comunidade Parkdale foram: \$198.000; \$185.000; \$205.200; \$225.300; \$206.700; \$201.850; \$200.000; \$189.000; \$192.100; \$200.400. Qual foi a média destes preços de venda e qual é o desvio padrão da amostra? Um preço de venda de \$240.000 será considerado não usual na mesma comunidade?

• certifique-se de apagar as memórias somatório/estatística antes de iniciar o problema. Para isto, Σ , antes de tudo

•198000	$\Sigma+$	185000	$\Sigma+$	A cada valor digitado, seguido de um $\Sigma+$, o visor mostra o N, número de dados entrados.
•205200	$\Sigma+$	225300	$\Sigma+$	
•206700	$\Sigma+$	201850	$\Sigma+$	
•200000	$\Sigma+$	189000	$\Sigma+$	
•192100	$\Sigma+$	200400	$\Sigma+$	

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

7

Média Aritmética Simples Dados Agrupados ou de Variável Discreta – p.47



Vamos dividi-los em duas categorias: **sem intervalo de classe** e **com intervalo de classe**.

3.5 – Sem intervalos de classe ou Variável Discreta

Seja a distribuição de frequências associada a uma amostra de 34 famílias de quatro filhos, tomando para a variável o número de filhos do sexo masculino:

Nº de filhos	f_i
0	2
1	6
2	10
3	12
4	4
	$\Sigma = 34$

Neste caso, como as frequências são números indicadores da intensidade de cada valor da variável, elas funcionam como fatores de ponderação, o que nos leva à **Média Aritmética Ponderada**.

Média Aritmética Ponderada

É um tipo de média aritmética de vários valores com pesos diferentes, dada por:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

f_i = frequência do valor x_i na amostra.

Nº de filhos	f_i	$x_i f_i$
0	2	0
1	6	6
2	10	20
3	12	36
4	4	16
	$\Sigma = 34$	$\Sigma = 78$

Um modo rápido de obtermos a média ponderada é abrir, na tabela, uma coluna correspondente aos produtos $x_i f_i$:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{78}{34} = 2,29$$

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

8

E na HP-12C ??



Certifique-se em apagar as memórias estatísticas/somatório antes de iniciar o problema. $f \Sigma$, depois introduza valor ENTER peso $\Sigma+$

0 ENTER 2 $\Sigma+$ Para calcular a média das frequências: $g \overline{X_W} .0$
 1 ENTER 6 $\Sigma+$ resultado será: **2,29**
 2 ENTER 10 $\Sigma+$
 3 ENTER 12 $\Sigma+$
 4 ENTER 4 $\Sigma+$ Maravilha!!!!

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

9

Média Ponderada - Exemplo



•Um grande *shopping center* quer saber a média ponderada dos preços de venda de 2.000 unidades de um produto que tem o seu preço final ajustado de acordo com os primeiros dez dias de vendas. Calcule o preço médio e a média ponderada dos preços de vendas deste produto.

Preço por unidade	# de unidades vendidas	Preço por unidade	# de unidades vendidas
R\$ 24,20	354	R\$ 24,14	288
R\$ 24,10	258	R\$ 24,06	240
R\$ 24,00	209	R\$ 23,95	186
R\$ 23,90	133	R\$ 23,84	121
R\$ 23,82	110	R\$ 23,75	101

Certifique-se em apagar as memórias estatísticas/somatório antes de iniciar o problema.

$f \Sigma$
 Médias regulares e médias ponderadas podem ser calculadas dos mesmos dados acumulados na HP12C, desde que a ordem dos valores seja entrada corretamente: valor ENTER peso.

Para calcular a média ponderada dos preços de venda: $g X_w$ 24,03

Para calcular o preço médio:

$g \times R \downarrow$
 23,98

Note que a tecla $R \downarrow$ é pressionada porque o valor que aparece no visor após g ser pressionados é a média dos pesos e não será de nenhuma utilidade neste exemplo.

24.20 ENTER 354 $\Sigma+$ 24.14 ENTER 288 $\Sigma+$
 24.10 ENTER 258 $\Sigma+$ 24.06 ENTER 240 $\Sigma+$
 24.00 ENTER 209 $\Sigma+$ 23.95 ENTER 186 $\Sigma+$
 23.90 ENTER 133 $\Sigma+$ 23.84 ENTER 121 $\Sigma+$
 23.82 ENTER 110 $\Sigma+$ 23.75 ENTER 101 $\Sigma+$

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

10

Situação-Problema

Dados Agrupados Sem
Intervalos de Classe



Um lago é poluído pelos rejeitos de uma fábrica. Os ecologistas observaram que a concentração de poluentes estava aumentando dada a mortandade verificada de peixes durante 25 semanas. De acordo com o quadro 5, qual a **média** de peixes mortos registrados semanalmente pelos ecologistas? Interprete o resultado obtido.

Quadro 5 Registro do número de peixes mortos por semana.

8	6	9	7	6	6	8	7	8
9	10	8	7	7	5	6	7	9
9	10	9	8	7	11	10		

Fonte: dados simulados

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{n} = \frac{197}{25} = 7,88$$

Portanto, **em média**, morrem aproximadamente 8 peixes por semana.

Fazer isto na HP-12C!!!!

Aqui os dados **não** estão agrupados em intervalos de classe!!!!

Solução

Tabela 4 Cálculos para encontrar a média de peixes mortos por semana

x_i	f_i	$x_i f_i$
5	1	5
6	4	24
7	6	42
8	5	40
9	5	45
10	3	30
11	1	11
Σ	25	197

Fonte: dados simulados

01/09/2012

Bertolo - Estatística - 1º SI - EAD-Adm - Etapa III Vol 1 e 2

11

Média Aritmética Simples Dados Agrupados

p.48



2.1.1.2.1 – Dados Agrupados com intervalos de classe ou Variável Contínua

Aqui, convencionamos que **todos os valores incluídos em um determinado intervalo de classe coincidem com o seu ponto médio**, e determinamos a **média aritmética ponderada** por meio da fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Onde x_i é o **ponto médio** da classe.

Consideremos a distribuição:

i	X	f_i	x_i	$x_i f_i$
1	150 — 154	4	152	608
2	154 — 158	9	156	1.404
3	158 — 162	11	160	1.760
4	162 — 166	8	164	1.312
5	166 — 170	5	168	840
6	170 — 174	3	172	516
		$\Sigma = 40$		$\Sigma = 6.440$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{6.440}{40} = 161$$

Aqui nada mais fizemos do que calcular uma média ponderada (peso = frequência) dos pontos médios de cada classe.

A **média aritmética simples** pode ser vista como a **média ponderada** com todos os pesos **iguais**. Para efeito de nomenclatura sempre trataremos a média aritmética simples ou ponderada simplesmente por **média representada por** (\bar{x}).

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

12



E na HP-12C????

Simple. Fazemos como antes para a variável discreta.

i	X	f _i	x _i	x _i f _i
1	150 — 154	4	152	608
2	154 — 158	9	156	1.404
3	158 — 162	11	160	1.760
4	162 — 166	8	164	1.312
5	166 — 170	5	168	840
6	170 — 174	3	172	516
		Σ = 40		Σ = 6.440

Beleza?????

Agora faça todos os exercícios das páginas 49 – 50 – 51 e 52 na HP-12C

Certifique-se em apagar as memórias estatísticas/somatório antes de iniciar o problema: **☞ Σ**, depois introduza valor ENTER peso Σ+. Assim,

152 ENTER 4 Σ+
 156 ENTER 9 Σ+
 160 ENTER 11 Σ+
 164 ENTER 8 Σ+
 168 ENTER 5 Σ+
 172 ENTER 3 Σ+ **g** \bar{x} .

01/09/2012
Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade
13



Situação-Problema 03

Dados Agrupados Com Intervalos de Classe

Supondo que você seja gestor de Recursos Humanos (RH) de uma *Indústria e Comércio de Embalagens Hospitalares* e necessite alinhar as políticas de RH com a estratégia da organização. Como consequência, você deverá recrutar candidatos com determinada faixa etária para o setor de *Controle de Qualidade*. A distribuição de frequência apresentada na tabela 5 descreve a faixa etária dos candidatos à procura de emprego de Auxiliar de Controle Qualidade, cuja função é de revisar embalagens hospitalares. Aponte, em **média**, a idade dos candidatos à procura deste cargo.

Tabela 5 Faixa etária dos candidatos.

Faixa etária	f _i
22 — 25	1
25 — 28	10
28 — 31	8
31 — 34	1

Fonte: dados simulados

Concluímos que a idade **mé-dia** dos candidatos assume o valor de 27,85 anos, indicando que este é o valor em torno do qual as idades destes candidatos se concentram.

Solução

Para facilitar a resolução do problema, sugerimos que você reescreva a tabela 5. Para isto, basta acrescentar as colunas necessárias para desenvolver os cálculos. É bem prático calcular o **ponto médio** numa coluna, depois na coluna seguinte calcular o produto deste valor pela frequência; assim a somatória dessa coluna é um dos valores procurados. $\sum Pm_i f_i$. Verifique com atenção como realizamos a resolução. Observe a tabela 6.

Tabela 6 Cálculos para a média da faixa etária dos candidatos

Classes	Intervalos	f _i	Pm _i	Pm _i f _i
1	22 — 25	1	23,5	23,5
2	25 — 28	10	26,5	265
3	28 — 31	8	29,5	236
4	31 — 34	1	32,5	32,5
Total (n)	-	20	-	557

Fonte: dados simulados

$$\bar{X} = \frac{\sum Pm_i f_i}{\sum f_i} = \frac{557}{20} = 27,85$$

Fazer isto na HP-12C!!

01/09/2012
Bertolo - Estatística - 1º SI - EAD-Adm - EtapaIII Vol 1 e 2
14

Resumo das Fórmulas de Média



A **média aritmética** representa o ponto de concentração dos valores de um conjunto de dados ou uma seqüência numérica. Entre as medidas de tendência central, é a mais comumente utilizada para descrever resumidamente uma distribuição de frequência. Observe, no quadro 3, as médias apresentadas, suas respectivas expressões e, na seqüência, as aplicações destes conceitos

Quadro 3 Expressão para a média aritmética em relação ao tipo de dados analisados.

	Tipos de dados analisados	Expressão
1. Média aritmética simples	Dados não agrupados (dados brutos ou rol)	
1. Média aritmética ponderada	Dados agrupados sem intervalo de classe (variável discreta)	
1. Média	Dados agrupados com intervalos de classe (variável contínua)	

É a medida de centralidade mais comum, porém deve ser usada em dados representados por inter-valos, pois não haveria sentido utilizá-la em uma distribuição em que a variável fosse, por exem-plo, time de futebol ou sexo. A média representa, ainda, o ponto de distribuição no qual se equi-libram as discrepâncias (diferenças) positivas e negativas de cada dado, ou seja, as discrepâncias positivas somadas se anulam com as negativas somadas.

01/09/2012

Bertolo - Estatística - 1º SI - EAD-Adm - Etapalll Vol 1 e 2

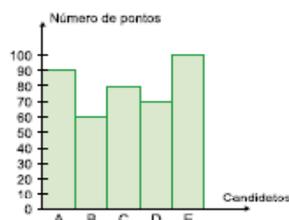
15

Exercícios de Aplicação 1- Tarefa p/casa



01. Temos um gráfico que nos mostra o desempenho dos 5 melhores classificados em um determinado concurso, no qual a pontuação varia de zero a cem pontos.

- Qual é a soma dos pontos dos candidatos A, B, C, D e E?
- Determine a **média aritmética** dos pontos dos candidatos discriminados no gráfico.
- Mostre qual o candidato que fez mais e o que fez menos pontos.



Resposta:

a. $90 + 60 + 80 + 70 + 100 = 400$

b. $\bar{x} = \frac{90 + 60 + 80 + 70 + 100}{5} = 80 \text{ pontos}$

c. O candidato que fez mais pontos foi o candidato E (100 pontos), e o candidato que fez menos pontos foi o candidato B (60 pontos)

01/09/2012

Bertolo - Estatística Aplicada à Contabilidade

16

Exercícios de Aplicação 2- Tarefa p/casa



Um professor de uma determinada disciplina resolveu que suas provas bimestrais terão pesos diferentes em cada bimestre e que seus alunos, só no final do 4º bimestre, receberão a média final. Escolhendo aleatoriamente um aluno desse professor, vamos, de acordo com suas notas e respectivos pesos, verificar sua média final.

O aluno no primeiro bimestre tirou 6 e a prova tinha peso 2, no 2º bimestre tirou 5 e o peso era 4, no 3º bimestre o aluno tirou 3 e o peso era 2 e, finalmente, no 4º bimestre tirou 10 e o peso era 4. Calcule sua média final.

Para resolver esse exercício, considere a média ponderada:

$$\bar{x}_p = \frac{6 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 10 \cdot 4}{2 + 4 + 2 + 4} = \frac{78}{12} = 6,5$$

A média final do aluno foi 6,5.

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

17

Exercícios de Aplicação 3- Tarefa p/casa



A tabela a seguir apresenta a distribuição de freqüências dos salários de um grupo de 50 empregados de uma empresa, num certo mês.

Número da classe	Salário do mês em reais	Número de empregados
1	1.000 — 2.000	20
2	2.000 — 3.000	18
3	3.000 — 4.000	9
4	4.000 — 5.000	3

O salário médio desses empregados, nesse mês, foi de:

- R\$ 2.637,00
- R\$ 2.500,00
- R\$ 2.420,00
- R\$ 2.400,00

Os valores centrais das classes 1, 2, 3 e 4 são, respectivamente, 1.500, 2.500, 3.500 e 4.500 reais, obtidos da seguinte maneira:

$$\left. \begin{aligned} \text{classe 1} &\Rightarrow \frac{1.000 + 2.000}{2} = \frac{3.000}{2} = 1.500 \\ \text{classe 2} &\Rightarrow \frac{2.000 + 3.000}{2} = \frac{5.000}{2} = 2.500 \\ \text{classe 3} &\Rightarrow \frac{3.000 + 4.000}{2} = \frac{7.000}{2} = 3.500 \\ \text{classe 4} &\Rightarrow \frac{4.000 + 5.000}{2} = \frac{9.000}{2} = 4.500 \end{aligned} \right\}$$

Encontramos a média aritmética simples dos limites das classes, para cada classe

Para determinar o **salário médio**, precisamos encontrar a média aritmética ponderada (os pesos serão as freqüências).

$$\bar{x}_p = \frac{1.500 \cdot 20 + 2.500 \cdot 18 + 3.500 \cdot 9 + 4.500 \cdot 3}{20 + 18 + 9 + 3} \Rightarrow \bar{x}_p = \frac{30.000 + 45.000 + 31.500 + 13.500}{50} = \frac{120.000}{50} = 2.400$$

Portanto, o salário médio é de R\$ 2.400

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

18

Outras Médias



Média Geométrica (\bar{x}_G)

É definida como a raiz de ordem n do produto desses números.

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

Média Harmônica

É definida assim:

$$\bar{x}_H = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{x}}$$

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

19

Exemplo de Aplicação 4



Calcule a média geométrica da série (2, 4, 8)

$$\bar{x}_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \dots x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

Calcule a média harmônica da série (2, 4, 8)

$$\bar{x}_H = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\sum \frac{1}{x}}$$

01/09/2012

Bertolo – Estatística Aplicada à Contabilidade

20