



O VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO

OBJETIVO DO CURSO

- Discutir o papel do valor do tempo em finanças, o uso de ferramentas computacionais e os tipos básicos de fluxos de caixa.
- Compreender os conceitos de valor futuro e valor presente, seu cálculo para quantias individuais e a relação entre os dois valores.
- Obter o valor futuro e o valor presente de uma anuidade ordinária e de uma anuidade antecipada e encontrar o valor presente de uma perpetuidade.



*...Chegou a hora dessa gente bronzizada
mostrar o seu valor...*

I. INTRODUÇÃO

- I.1 - O Problema Central da Engenharia Econômica
- I.2 – Análise Matemática versus Análise Contábil

II . EQUIVALÊNCIA E JUROS

- II.1 – Introdução
- II.2 – Diagrama de Fluxo de Caixa
- II.3 - Fatores que determinam a existência de juros
- II.4 - Juros Simples e Juros Compostos
- II.5 - Equivalência
- II.6 - Valor Atual

III – JUROS SIMPLES

- III.1 – Valor Presente e Valor Futuro
 - III.1.1 – Taxas Proporcionais
 - III.1.2 – Taxas Equivalentes
- III.2 – Descontos Simples
 - III.2.1 – Desconto Bancário
 - III.2.2 – Desconto Racional
 - III.2.3 – Saldos Bancários

IV – JUROS COMPOSTOS

- IV.1 – Fator de Acumulação de Capital em Pagamentos Simples
- IV.2 - Fator de Valor Atual em Pagamentos Simples
- IV.3 – Desconto Composto
 - IV.3.1 – Desconto Bancário
 - IV.3.2 – Desconto Racional
- IV.4 - Fator de Acumulação de Capital em Séries Uniformes
- IV.5 - Fator de Valor Atual em Série Uniforme
- IV.6 - Fator de Formação de Capital em Série Uniforme
- IV.7 - Fator de Recuperação de Capital em Série Uniforme
- IV.8 - Relação entre os Fatores
- IV.9 - Série em Gradiente
- IV.10 - Taxa Nominal e Efetiva

V – SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

- V.1 – Sistema do Montante
- V.2 – Sistema de Juros Antecipados
- V.3 – Sistema Americano
- V.4 – Sistema Price, Francês ou de Prestações Constantes
- V.5 – Sistema de Amortizações Constantes – SAC
- V.6 – Sistema de Amortizações Misto – SAM

VI – O MERCADO FINANCEIRO

VI.1 – O Mercado de Capitais

VI.1.1 – Mercado de Renda Variável

VI.1.1.1 – O que são Ações

VI.1.1.2 – Tipos de Ações

VI.1.1.3 – Classes de Ações

VI.1.1.4 – Direitos e Proventos

VI.1.1.5 – Negociação

VI.1.1.6 – Bolsa de Valores

VI.1.1.7 – Bovespa

VI.1.1.8 – Comissão de Valores Mobiliários

VI.1.1.9 – ADR's

VI.1.2 – Mercado de Renda Fixa

VI.1.2.1 – Mercado de Renda Fixa

VI.1.2.2 – SELIC/CETIP

VI.1.2.3 – Títulos Públicos

VI.1.2.4 – Títulos Privados

VI.1.3 – Mercado de Câmbio

VI.1.3.1 – Mercado de Câmbio no Brasil

VI.1.3.2 – Operações de Arbitragem

VI.1.4 – Mercado de Derivativos

VI.1.4.1 – Mercado de Derivativos

VI.1.4.2 – Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F)

VI.1.4.3 – Opções de Ações

VI.1.4.4 – Estratégia de Opções

VI.1.4.5 – Mercado a Termo

VI.1.4.6 – Mercado de Futuros

VI.1.4.7 – Mercado Futuro para Renda Fixa

VI.1.4.8 – Mercado Futuro para Moeda

VI.1.4.9 – Mercado Futuro para Produtos Agropecuários

VI.1.4.10 – SWAPS

VI.1.5 – Mercado de Fundos de Investimento

VI.1.5.1 – Fundos de Investimento

VI.1.5.2 – Fundos de Renda Fixa

VI.1.5.3 – Fundos de Renda Variável

VI.1.5.4 – Fundos de Previdência Privada

VI.1.5.5 – Análise de Rentabilidade

VI.1.5.6 – Tributação de Fundos

VI.6 – Aplicações Financeiras com Rendas Fixas

VI.6.1 – Aplicações Financeiras com Renda Pré-fixada

VI.6.2 – Aplicações Financeiras com Renda Pós-Fixada

VI.7 – Operações de Empréstimos e Financiamentos

VI.2 – As Taxas de Juros

VI.2.1 – A Taxa Over

VI.2.2 – TBF

VI.2.3 – TR

VI.2.4 – [TJLP](#)

“Há duas ocasiões na vida em que não devemos especular: quando não estamos em condições de fazê-lo, e quando estamos.”

Mark Twain,
O Calendário de Pudd'nhead Wilson

O

primeiro pilar das finanças é o **valor do dinheiro no tempo**. As decisões financeiras envolvem custos e benefícios que estão espalhados sobre o tempo. Tomadores de decisão financeira, na família e nas empresas, têm todos que avaliem se investir o dinheiro hoje é justificado pelos benefícios esperados no futuro

Eles devem, então, comparar os valores das somas de dinheiro em diferentes datas. Para fazer isto é requerido um entendimento perfeito dos conceitos de valor do dinheiro no tempo e das técnicas de fluxo de caixa descontado apresentadas neste curso e que será continuada no 4º ano.

O **valor do dinheiro no tempo (VDT)** se refere ao fato que dinheiro (um dólar, um euro, um yen, ou um real) na mão hoje vale mais do que a esperança dessa mesma quantia ser recebida no futuro. Existem no mínimo três razões do porquê isto é verdadeiro. Primeiro, dinheiro na mão hoje pode ser investido, rendendo juros, de modo que você terminará com mais dinheiro no futuro. Em segundo lugar, o poder de compra do dinheiro pode mudar no tempo devido a inflação. Finalmente, a receita de dinheiro esperada no futuro é, em geral, incerta.

Neste início de curso estudaremos como levar em consideração o primeiro deles: os juros. Deixemos o estudo de como lidar com a inflação e risco ou incerteza para o final.

TESTE

Rápido



O que queremos dizer com o valor do dinheiro no tempo? Por que você deveria preferir um dólar hoje a um dólar no futuro?

Nesta disciplina, focalizaremos na determinação do valor da empresa e o valor das propostas de investimento. Um conceito fundamental que está por detrás deste material é o *valor do dinheiro no tempo*; quer dizer, um dólar hoje vale mais que um dólar que será recebido daqui a um ano porque um dólar hoje pode ser investido e render juro. Intuitivamente esta idéia é fácil de se entender. Para tanto, precisamos nos familiarizar com o conceito de **juros**. Este conceito ilustra o que os economistas chamam de um *custo de oportunidade* de desistir do ganho potencial de um dólar hoje. Este custo de oportunidade é o valor do dinheiro no tempo.

Propostas de investimento diferentes produzem séries de fluxos de caixa diferentes durante períodos de tempo diferentes. Como o administrador as compara? Nós veremos que o conceito do valor do dinheiro no tempo nos permitirá fazer isto. Assim, uma compreensão do valor do dinheiro no tempo é essencial para uma compreensão de administração financeira, básica ou avançada. Neste capítulo, nós desenvolvemos as ferramentas para incorporar o **Princípio: Devido ao Valor do Dinheiro no Tempo, um dólar recebido hoje, vale mais que um dólar recebido no futuro**, nos nossos cálculos. Nos próximos capítulos, usaremos este conceito para medir valor trazendo de volta para o presente, os benefícios e os custos futuros de um projeto.

1

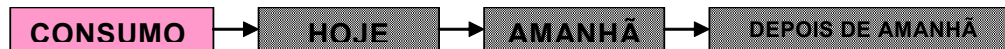
INTRODUÇÃO

1.1 - Por que razão o homem criou as empresas?

A resposta a essa pergunta pode ser encontrada na história de Robinson Crusóe, normalmente, citada nos livros de ensinamentos básicos de economia, que mostra-nos a essência consumista do ser humano¹. Em seus primeiros dias, na condição de náufrago em uma ilha deserta, todo seu tempo era destinado basicamente para obtenção de alimentos para seu consumo. Provavelmente, alimentava-se de peixes apanhados com suas próprias mãos.

Ao querer mudar essa rotina, sacrificou parte desse tempo, e também de sua própria alimentação, para desenvolver um mecanismo mais sofisticado para a sua pescaria, talvez uma lança ou uma rede de pesca. A partir de então, obtinha recursos excedentes aos que necessitava para seu consumo imediato, gerando assim uma reserva que caracterizamos como uma poupança, ou seja, uma garantia para o consumo do dia de amanhã. Em sua nova rotina, sobrava-lhe tempo para se dedicar ao lazer.

Foi quando se deu conta da necessidade de uma moradia e sacrificando parte do tempo destinado a seu lazer, construiu uma cabana que lhe satisfazia não apenas o dia de amanhã, mas também para os dias depois de amanhã. Caracterizamos, assim, o conceito de investimentos, ou seja, uma garantia do consumo para o depois de amanhã. **Investimento**, pois, *representa um potencial de consumos presentes e futuros*.



Se essa história fosse verdadeira e seus personagens se restringissem a nosso amigo náufrago, ou mesmo na companhia do amigo índio, que se chama Sexta-Feira, ou até mesmo de uma pequena família, e se desprezássemos também a natureza ambiciosa do ser humano, provavelmente o enredo dessa história tivesse sempre um final feliz, com recursos naturais em abundância. Entretanto, como podemos observar em nossa sociedade, os recursos naturais são escassos e a humanidade tem que labutar arduamente para satisfazer a suas necessidades, ou seja, para garantir seu consumo.²

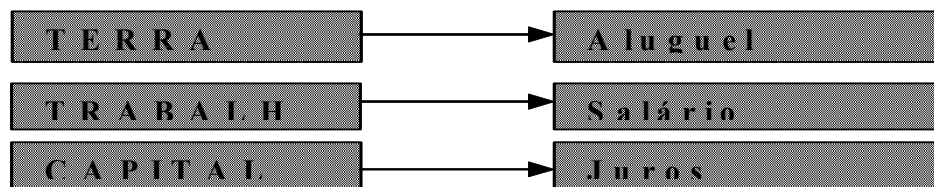
¹ E, se observarmos que esse consumo não se restringe apenas a suas necessidades físicas, como alimentação, moradia e vestuário, mas também aos bens e serviços que atendam a suas outras necessidades de natureza psíquica, intelectual e moral (lazer, harmonia, conhecimento, amor...), poderemos concordar com a afirmação de que *o ser humano nasceu para consumir*.

¹ Os economistas destacam a lei da escassez como a mais severa das leis milenares, como uma condenação bíblica que acompanha o homer

Aos olhos dos tratados que versam sobre Economia, esses **recursos** que *satisfazem às necessidades da humanidade* são também chamados de **fatores de produção** e podem ser representados por:

- **TERRA** – são os recursos oriundos da terra, ou a própria terra, como, por exemplo: imóveis, matéria-prima, insumos, etc.
- **TRABALHO** – é representado pelo potencial de mão-de-obra de geração de serviços não apenas de forma quantitativa, ou de horas trabalhadas, mas também de forma qualitativa, como criatividade, disponibilidade, idéias.
- **CAPITAL** – é representado principalmente pelos recursos financeiros (dinheiro) necessários para custear o consumo ou novos investimentos. O conceito de capital é tão abrangente que aqui incluímos também a tecnologia e a capacidade empresarial.

Esses fatores de produção, por sua vez, quando utilizados ou aplicados em determinado *empreendimento* são passíveis de **remuneração**. O proprietário de um imóvel (fator terra) pode ceder temporariamente o uso desse bem em troca de uma remuneração chamada *aluguel*; as pessoas podem ceder temporariamente o uso de seu potencial de mão-de-obra (fator trabalho) em troca de uma remuneração chamada *salário*; os proprietários de dinheiro (fator capital) podem ceder temporariamente o uso desse recurso às instituições financeiras ou até mesmo a um amigo e receber em troca uma remuneração chamada *juro*, como ilustrado abaixo:

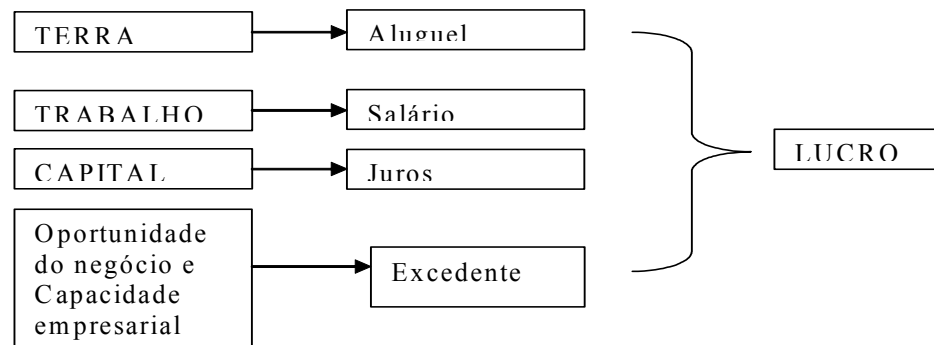


Assim, as pessoas procuram acumular fatores de produção e aplica-los de forma a serem remunerados adequadamente, quer sejam sob a forma de salários, de rendas de aluguéis quer de juros, visando assim *suprir suas necessidades de consumo*.

Enquanto a maior parte das pessoas busca remunerar individualmente seus fatores de produção, uma classe reduzida de pessoas age de forma diferente. Em vez de viverem sob a “segurança” de um salário todo o final de mês, ou de outros rendimentos isolados, vestem a camisa de *empreendedores* e abrem uma **EMPRESA**.

E o que diferencia a maior parte de nós da figura de um empreendedor? Será que todos nós temos potencial para sermos empreendedores de sucesso?

O nosso objetivo neste curso não é abordar as características pessoais do empreendedor, mas sua visão dos fatores de produção e respectiva remuneração. Um empreendedor consegue antecipar-se às oportunidades de mercado, junta seus recursos disponíveis e monta um negócio ou empresa. Passa a almejar, a partir de então, não apenas a remuneração individual e isolada de cada um dos recursos aplicados, mas também um ganho excedente, ou um valor agregado, que podemos sintetizar na palavra **lucro**, conforme ilustrado abaixo:



E, obviamente, o montante desse lucro é superior (ou deveria ser) ao montante das remunerações individuais de cada recurso ou fator de produção envolvido; se não o fosse, não se justificaria o investimento. Obtém-se, assim, um valor excedente que deverá compensar os riscos e preocupações inerentes à atividade empresarial.

Muito se tem trabalhado na conceituação de lucro, desde o enfoque quantitativo e monetário até os aspectos qualitativos e de difícil mensuração, como, por exemplo, as questões relacionadas com a satisfação pessoal, potencial de mercado, *know-how*.

Não é objetivo deste curso discutir os aspectos sociais envolvidos com a figura do lucro, se o montante é justo ou não sob o prisma da sociedade, nem mesmo as questões relacionadas com a distribuição de rendas, mas o aspecto do lucro como remuneração dos investimentos.

Acreditamos que os investimentos devam ser remunerados adequadamente, não apenas para a satisfação dos proprietários de capital, mas, principalmente, para garantir a continuidade dos negócios da empresa. E elegemos a figura do lucro como fator preponderante nessa questão.

E para você:

- Qual a melhor forma de alcançarmos a estabilidade na empresa?
- Qual a melhor maneira de nos tornarmos extremamente valiosos para as organizações onde trabalhamos?
- Qual o melhor seguro contra tempos de vacas magras no mercado?

Resposta: EFICÁCIA. Temos que ser muitos bons no que fazemos.

O que significa ser muito bom?

É a soma de conhecimento, experiência, determinação e persistência, entre outros atributos.

MATÉRIAS



Em 2 de Dezembro de 1982, a *General Motors Acceptance Corporation* (GMAC), uma subsidiária da General Motors, emitiu alguns títulos para venda ao público. De acordo com os termos da operação, a GMAC comprometia-se a pagar ao portador desses títulos \$10.000 em 1º de Dezembro de 2012, mas os investidores não receberiam nada até lá. Os investidores pagaram GMAC \$500 por cada um destes títulos, assim eles deram \$500 em 2 de Dezembro de 1982, com a promessa de receberem um pagamento de \$10.000 após 30 anos. Tais títulos, pelos quais você paga alguma quantia hoje para receber em troca uma quantia prometida numa data futura, estão entre os tipos mais simples possíveis.

Pagar hoje \$500 em troca de receber \$10.000 após 30 anos é um bom negócio? Do lado positivo, você tem um retorno de \$20 para cada \$1 que você aplicou. Isto provavelmente soa bem, mas, do lado negativo, você terá que esperar 30 anos para recebê-lo. O que você precisa saber é como analisar este *trade-off*; este capítulo dá a você as ferramentas necessárias.

Em negócios e em finanças pessoais, não há provavelmente nenhum conceito com mais poder, ou aplicações, que o **valor do dinheiro no tempo**. No seu reconhecido livro, “*A History of Interest Rates*”, Homer Sidney notou que se fossem investidos \$1.000 por 400 anos, a 8 por cento de juros, ele cresceria para \$23 quatrilhões, aproximadamente, isto significa que daria para distribuir \$5 milhões para cada pessoa da Terra. Ele não estava dando nenhum plano para tornar o mundo rico, mas mostrando efetivamente o poder do valor do dinheiro no tempo (VDT).

O valor do dinheiro no tempo não é certamente um conceito novo. Benjamin Franklin teve um entendimento bom de como ele funciona quando deixou para cada uma das cidades, Boston e Filadélfia nos U.S.A, a importância de \$1.000. Com o seu presente, deixou instruções de que as cidades emprestassem o dinheiro, carregado com a taxa de juros em vigor, para os aprendizes mercedores. Então, depois que o dinheiro tivesse sido investido deste modo durante 100 anos, que eles usassem uma porção do investimento para construir algo de benefício para a cidade e guardar alguma parte para o futuro. Nos 213 anos em que isto foi feito, o presente de Ben para Boston resultou na construção do Franklin Union, ajudou incontáveis estudantes de medicina com empréstimos, e ainda tem mais que \$3 milhões na conta. A cidade de Filadélfia, igualmente, colheu recompensas significantes. Tenha em mente que tudo isto veio de um presente combinado de \$2.000 e um pouco de ajuda séria do valor do dinheiro no tempo.

O poder do valor do dinheiro no tempo também pode ser ilustrado por uma história que Andrew Tobias conta no seu livro *Money Angles*. Na história, um camponês ganha um torneio de xadrez patrocinado pelo rei. O rei então lhe pergunta o que ele gostaria como o prêmio. O camponês respondeu que, para a sua aldeia, ele gostaria que um pedaço de grão de trigo fosse colocado no primeiro quadrado do seu tabuleiro de xadrez, dois pedaços no segundo quadrado, quatro no terceiro, oito no quarto, e assim sucessivamente. O rei, pensando que era muito fácil fazer isso, empenhou a sua palavra de honra para que isso fosse cumprido. Infelizmente para o rei, quando todos os 64 quadrados no tabuleiro de xadrez estiverem cheios, haveria 18,5 milhões de trilhões de grãos de trigo no tabuleiro – as sementes foram compostas à taxa de 100 por cento, sobre os 64 quadrados do tabuleiro de xadrez. É desnecessário dizer que, nenhuma aldeia nunca foi tão faminta para necessitar de todo esse trigo; na realidade, isso é tanto trigo que se as sementes tivessem um quarto de polegada de comprimento (a estimativa fornecida por Andrew Tobias) elas poderiam, se fossem colocadas uma na frente da outra, ir até o Sol e voltar 391.320 vezes.

Um dos problemas básicos defrontados pelos administradores financeiros é como determinar o valor hoje de fluxos de caixa esperados no futuro. Por exemplo, o grande prêmio numa extração da loteria *PowerBall* foi de \$110 milhões. Isto significa que o bilhete vencedor valia \$110 milhões? A resposta é não, porque o grande prêmio seria realmente pago durante um período de 20 anos à razão de \$5,5 milhões por ano. Quanto valia então o bilhete? A resposta depende do valor do dinheiro no tempo, o assunto deste curso.

Num sentido mais geral, a frase valor do dinheiro no tempo refere-se ao fato de que um dólar na mão hoje vale mais do que um dólar prometido em algum momento no futuro. Num nível prático, uma razão para isto é que você poderia ganhar juros enquanto você espera; assim, um dólar hoje aumentará mais do que um dólar mais tarde. O *trade-off* entre dinheiro agora e dinheiro mais tarde depende então, entre outras coisas, da taxa que você pode ganhar investindo-o. Nossa meta neste curso é avaliar explicitamente este *trade-off* entre dinheiro hoje e dinheiro em alguma data futura.

Um completo entendimento do material neste curso é crítico para a compreensão do material nos cursos subsequentes, assim você deverá estudá-lo com um cuidado especial. Apresentaremos vários exemplos neste curso. Em muitos problemas, sua resposta pode diferir das nossas ligeiramente. Isto acontece por causa do arredondamento e não deve ser um motivo de preocupação.

1.2 - ANÁLISE MATEMÁTICA versus ANÁLISE CONTÁBIL

Há dois momentos distintos que envolvem as decisões de investimentos: **antes e depois.**

Matemática Financeira

Contabilidade



A análise do retorno de investimento do empreendimento ocorre, inicialmente, na análise de viabilidade econômica de determinado projeto (equipe de Engenharia Econômica) e, posteriormente, por meio dos relatórios contábeis (equipe de Contadores).

As técnicas de análise de viabilidade econômica de projetos utilizam-se de instrumentos e conceitos oriundos da matemática, especificamente de matemática financeira e, graças a esses recursos, pode-se analisar determinado projeto a priori, mesmo antes de sua implementação. Isto deve ser feito na aquisição de uma nova máquina, na substituição de equipamentos, no lançamento de um novo produto e na expansão de mercado, quer na análise de um projeto global, como a construção de uma nova fábrica.

Uma vez tomada a decisão de investir em determinado projeto, é importante acompanhar o desempenho real do projeto, verificar se os níveis de retornos esperados inicialmente estão realmente se concretizando e se não há nenhum indício de descontinuidade. Para isso, não há outra alternativa a não ser recorreremos à análise dos relatórios contábeis que, entre outros objetivos, tem a finalidade de registrar as decisões tomadas por meio da contabilização das transações econômicas e refletir seus respectivos efeitos no patrimônio da empresa. Pela análise dos relatórios contábeis, procuramos verificar se os resultados apurados pela empresa são compatíveis com os retornos desejados por ocasião das decisões de investimentos.

A princípio pode-se pensar que estabelecer comparações dos índices obtidos na análise “matemática” do projeto com os relatórios “contábeis” seja uma tarefa difícil ou impraticável, devido à incompatibilidade dos critérios utilizados.

Entretanto, esse é justamente nosso objetivo. Identificar os prós e os contras de cada uma das áreas e propor medidas que possibilitem a análise das decisões de investimentos antes, durante e depois.

Em relação ao estágio e progresso atual da contabilidade, cumpre-nos dizer que, apesar das limitações oriundas das regras de natureza fiscal e societária, a teoria contábil está bastante evoluída.

Na abordagem contábil do retorno de investimento, apresentamos uma visão geral das principais metodologias de mensuração do lucro. Desde aquela apresentada rigorosamente de acordo com a legislação, até as mais avançadas, como: correção monetária integral, balanços convertidos em moedas estrangeiras (FAS 52), custo corrente, custo corrente corrigido modelo GECON e outros.

O estudo da evolução no tempo do capital emprega raciocínios, métodos e conceitos matemáticos, por isso, este estudo é conhecido também como MATEMÁTICA FINANCEIRA.

Ao longo do processo de desenvolvimento das sociedades, o problema de satisfazer às necessidades foi solucionado através da especialização e através de troca de um bem por outro. Mais tarde, surgiu um bem intermediário para este processo de trocas que é a **MOEDA**.

MOEDA = É uma *mercadoria padrão* para trocas e comparação de valores dos bens. Todo mundo aceita esta mercadoria nas transações financeiras.

PREÇO = É a medida do valor das utilidades (bens ou serviços) e expresso em moeda.

RIQUEZA = Acúmulo de valor por meio de moeda

ESCASSEZ = É a limitação da oferta de bens ou serviços necessários à satisfação das pessoas.

2.1 - LINHA DO TEMPO



Dicas de Estudo

A linha do tempo ajuda você a se manter organizado, até professores de finanças experientes usam.

A **linha de tempo** pode ser uma ferramenta muito valiosa na análise VDT. A linha de tempo ajuda visualizar o que está acontecendo dentro de um problema específico. Usaremos a linha de tempo nos em todos os capítulos para ilustrar sua utilidade.

Esta representação é dada de forma *analítica* ou *gráfica*.

EXEMPLO: Imaginemos investir, no instante inicial zero, R\$ 5.000,00; no instante 1 e 2 receber, respectivamente, R\$ 2.000,00 e R\$ 4.000,00; no instante 3 investir R\$ 1.000,00 e, no instante 4, receber R\$ 9.000,00. O Fluxo de Caixa analítico representativo das constituições monetárias poderia ser assim:

Instantes	Entradas	Saídas
0		5.000,00
1	2.000,00	
2	4.000,00	
3		1.000,00
4	9.000,00	

Se convencionássemos que as entradas de dinheiro são positivas e as saídas negativas, poderíamos representar analiticamente o mesmo Fluxo de Caixa da seguinte maneira:

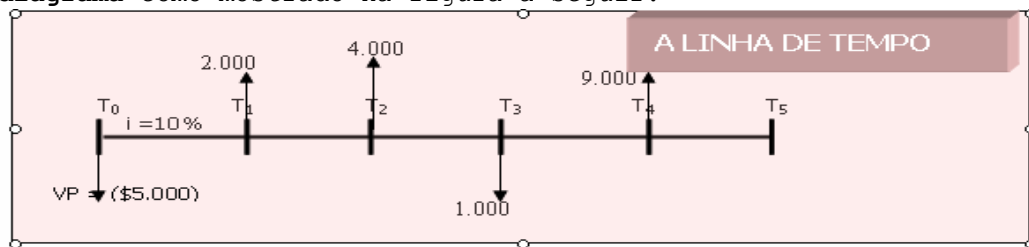
Instante	Entradas (+) e Saídas (-)
s	
0	-5.000,00
1	+2.000,00
2	+4.000,00
3	-1.000,00
4	+9.000,00



Dicas de Estudo

Para efeito de decisões, não nos interessa como as receitas ou despesas são contabilizadas.

O Fluxo de Caixa pode ser também representado graficamente por um **diagrama** como mostrado na figura a seguir:



Escala Horizontal: representa o **tempo** (meses, semestres, anos, etc.)

Entradas de caixa ou Receitas:

Saídas de caixa ou despesas:

OBS:- Investimento é feito no instante 0.

As **receitas (ou despesas)** são tratadas no fim do período considerado

IMPORTANTE: Para efeito de decisões, não nos interessa como as receitas ou despesas são contabilizadas.

EXERCÍCIOS

1. Como será representado no diagrama de fluxo de caixa um investimento no valor de R\$ 100.000,00 pelo qual o investidor recebeu R\$ 150.000,00 após 6 meses?
2. Como será representado no diagrama de fluxo de caixa um empréstimo tomado de R\$ 50.000,00 pelo qual o tomador pagará R\$ 75.000,00, após 5 meses?
3. Desenhe o diagrama de fluxo de caixa de uma série de depósitos de R\$ 10.000,00 cada um, feitos no início de cada mês durante um ano numa Caderneta de Poupança que rendeu, no fim do ano, um montante final de R\$ 200.000,00
4. Desenhe o diagrama de fluxo de caixa para uma pessoa que, durante 6 meses, fez depósitos de R\$ 25.000,00 numa Caderneta de Poupança, sempre no início de cada mês. Nos três meses que se seguiram, perdeu o emprego e foi obrigada a fazer retiradas de R\$ 60.000,00, também no início de cada mês, tendo esgotado o seu saldo



2.2 – DEFINIÇÃO E TAXAS DE JUROS

DEFINIÇÃO DE JUROS - “É o dinheiro pago pelo uso do dinheiro emprestado ou como remuneração do capital empregado em atividades produtivas”.

- **INFLAÇÃO** (desgaste da moeda) - diminuição do poder aquisitivo da moeda exige que o investimento produza retorno maior que o capital investido.
- **UTILIDADE** - investir significa deixar de consumir hoje para consumir amanhã, o que só é atraente quando o capital recebe remuneração adequada, isto é, havendo preferência temporal para consumir, as pessoas querem uma recompensa pela abstinência do consumo. O prêmio para que não haja consumo é o juro.
- **RISCO** - existe sempre a possibilidade do investimento não corresponder às expectativas. Isso se deve ao fato de o devedor não poder pagar o débito, o tempo de empréstimo (as operações de curto prazo são menos arriscadas) e o volume do capital emprestado. Pode-se associar ao acréscimo na taxa pelo maior risco, como sendo um seguro que aquele que oferta os fundos cobra por assumi-los.
- **OPORTUNIDADE** - os recursos disponíveis para investir são limitados, motivo pelo qual ao se aceitar determinado projeto perde-se oportunidades de ganhos em outros; e é preciso que o primeiro ofereça retorno satisfatório.

FATORES QUE DETERMINAM A EXISTÊNCIA DOS JUROS

Para o *investidor* o juro é a remuneração do investimento.

Para o *tomador* o juro é o custo do capital obtido por empréstimo.

Chama-se **taxa de juros** a razão entre os *juros* J que serão cobrados no fim do período e o *capital* VP inicialmente empregado. Assim,

$$i = \frac{J}{VP}$$

EXEMPLO

dívida R\$ 1.500,0
 juros anuais R\$ 150,00
 taxa de juros... $i_{a,a} = (R\$ 150,00 / R\$ 1.500,00) = 0,1$ ou 10/100 ou 10%

As taxas podem ser *mensais, anuais, trimestrais, semestrais, etc.*

2.3 - JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS

O capital inicialmente empregado, denominado *principal*, pode crescer devido aos juros segundo duas modalidades:

- **JUROS SIMPLES** : só o principal rende juros, ao longo da vida do investimento.
- **JUROS COMPOSTOS**: após cada período, os juros são incorporados ao capital e passam, por sua vez, a render juros. O período de tempo considerado é, então, denominado período de capitalização.

EXEMPLO

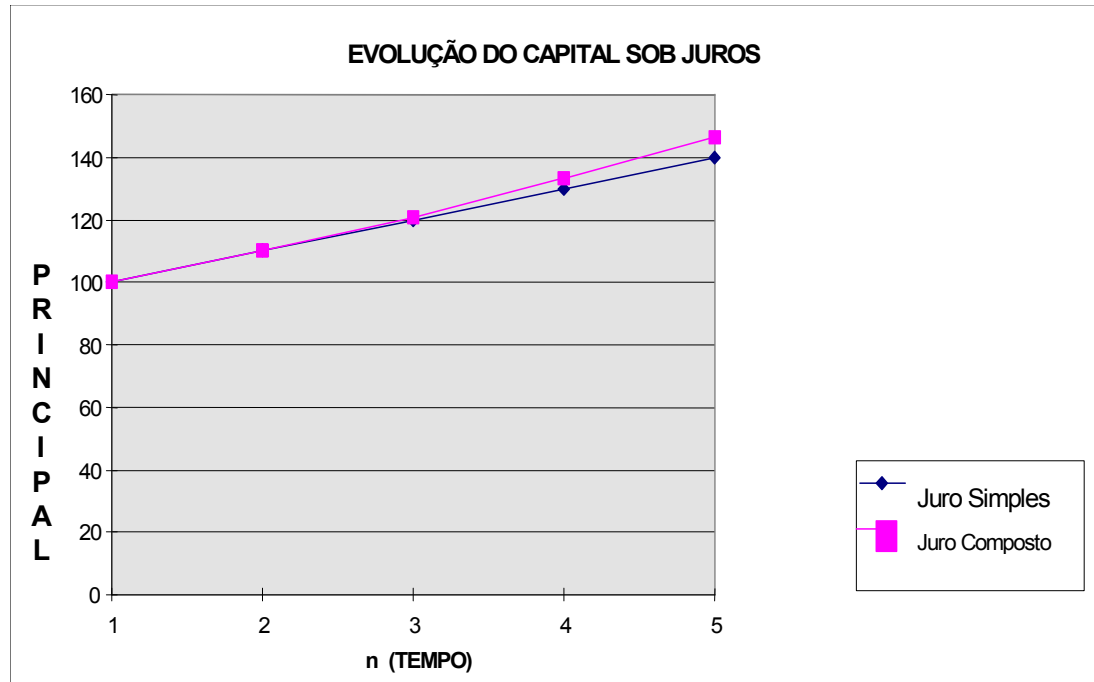
Considere R\$100,00 empregados a 10% ao ano.

	Juros Simples	Juros Compostos
Principal	100,00	100,00
após 1 ano	$100 + 0,10 \times 100 = 110$	$100 + 0,10 \times 100 = 110$
após 2 anos	$110 + 0,10 \times 100 = 120$	$110 + 0,10 \times 110 = 121$
após 3 anos	$120 + 0,10 \times 100 = 130$	$121 + 0,10 \times 121 = 133,1$
após 4 anos	$130 + 0,10 \times 100 = 140$	$133,1 + 0,10 \times 133,1 = 146,41$

□

EMBED

Word.Picture.6



OBSERVAÇÕES

- I. O uso de juros simples não se justifica em estudos econômicos no Brasil. As empresas, órgãos governamentais e investidores particulares, costumam reinvestir as quantias geradas pelos fluxos de fundo:
 - juros, no caso de empréstimos.
 - lucros e depreciações, nas demais situações.
 Na prática emprega-se o JURO COMPOSTO.
- II. A metodologia da análise de investimento baseia-se em juros compostos para estabelecer padrões de comparação; os casos em que não há re-investimento podem ser tratados como re-investimento à taxa nula e analisados pelos mesmos princípios.

EXERCÍCIOS

1. Um investidor aplicou R\$ 2.500,00 em Letras de Câmbio, por 60 dias, e, ao resgatá-las, após esse prazo, recebeu a quantia de R\$ 2.590,00.
 - a. Quanto recebeu de juros?
 - b. A que taxa esteve aplicado seu capital durante esse período?
2. Um industrial pediu um empréstimo de R\$ 250.000,00 numa instituição financeira, por certo tempo. No dia em que foi liberado o empréstimo, pagou, antecipadamente, 22% de juros, conforme previa o contrato.
 - a. Quanto pagou de juros?
 - b. Se os juros foram retidos na data da liberação do empréstimo, qual foi a quantia efetivamente liberada?
 - c. Considerando a quantia liberada como empréstimo real e o pagamento final de R\$ 250.000,00, qual a taxa efetiva de juros paga pelo industrial?
3. Um capital de R\$ 80.000,00 ficou aplicado durante seis meses a 10% ao mês. Calcule o montante no fim de cada mês nos regimes de capitalização simples e composta.
4. Represente com um diagrama de fluxo de caixa as seguintes operações financeiras:
 - a. Uma aplicação de R\$ 50.000,00 pela qual o investidor recebe R\$ 80.000,00 após dois anos.
 - b. A compra de um objeto, cujo preço a vista é R\$ 30.000,00, em 12 prestações mensais de R\$ 2.600,00, vencendo a primeira na data da compra.
 - c. Depósitos de R\$ 5.000,00 na Caderneta de Poupança, no fim de cada mês durante um ano, e retirada de R\$ 61.677,81 dois meses após o último depósito.



JUROS e DESCONTOS SIMPLES

3.1 – JUROS SIMPLES

Seja **J** o juro, **VF** o valor futuro (montante ou total a ser recebido), **VP** o valor presente (capital inicial ou principal), **i** a taxa de juros⁵ e **n** o número de períodos.⁶

FÓRMULAS:

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \mathbf{VP \cdot i \cdot n} \\ \mathbf{VF} &= \mathbf{VP + J} \\ \mathbf{VF} &= \mathbf{VP(1 + i n)} \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS

1. Que montante receberá um investidor que tenha aplicado R\$ 280,00 durante 15 meses, à taxa de 3% ao mês?

SOLUÇÃO

O problema pede o valor resgatado (montante) e não os juros. Para isso basta adicionar os juros ao capital inicial. Assim, temos:

VP = R\$ 280,00capital inicial ou principal

n = 15 meses

i = 3% a.m. = 0,03 a.m.

Lembrando que $VF = VP(1 + i n)$ vem:

$VF = 280,00 (1 + 0,03 \cdot 15) = 280,00 \cdot 1,45 = 406,00$, isto é,

VF = R\$ 406,00

Solução deste problema também pode ser obtida do seguinte modo:

$J = 280,00 \cdot 0,03 \cdot 15 = 126,00$

como $VF = VP + J = 280,00 + 126,00 = 406,00$ ou seja

VF = R\$ 406,00

Com a CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C, temos:

```
f    FIN    f    2
280    CHS    PV
3 ENTER 12 x i
15 ENTER 30 x n
f INT
```

...limpa os dados dos registros financeiros e estabelece o número de casas decimais

...muda o valor atual para negativo e armazena em PV

...Devemos entrar com a taxa em percentual **ao ano** (3% x 12)

...Devemos entrar com o tempo **em dias** (15 x 30)

... Com este comando a calculadora apresentará, no visor, o valor dos juros: R\$ 126,00

⁵ Existem duas formas de expressarmos a taxa de juros: - **Taxa Percentual** (%) e a **Taxa Unitária**. Esta última consiste em dividirmos a taxa percentual por 100. Assim, 3% (forma percentual é dado na forma unitária por 0.03).

⁶ Os juros simples podem ser **exatos** (usa o calendário civil - ano com 365 ou 366 dias) e **ordinários** (usa o calendário comercial - ano com 360 dias e mês com 30 dias). Este último é usado nas instituições financeiras.

Poderíamos construir uma PLANILHA EXCEL para resolver este todos os problemas semelhantes introduzindo o Principal, a Taxa de Juros e o número de Períodos.

	A	B	C	D	E	F	G
1				Juros Simples			
2	Principal	taxa	períodos	Montante	Juros		
3	500	0,05	3	=A3*(1+B3*C3)	=A3*B3*E2		
4		0,1		=A4*(1+B4*C4)	=A4*B4*E3		
5		0,15		=A5*(1+B5*C5)	=A5*B5*E4		
6		0,12		=A6*(1+B6*C6)	=A6*B6*E5		
7		0,08		=A7*(1+B7*C7)	=A7*B7*E6		
8				=A8*(1+B8*C8)	=A8*B8*E7		
9				=A9*(1+B9*C9)	=A9*B9*E8		
10				=A10*(1+B10*C10)	=A10*B10*E9		
11				=A11*(1+B11*C11)	=A11*B11*E10		

2. Qual o capital inicial para se ter um montante de R\$ 148.000,00 daqui a 18 meses, a uma taxa de 48% ao ano, no regime de juro simples?

Solução

$$M = 148.000,00$$

$$VP = ?$$

$$n = 18 \text{ meses}$$

$$i = 48\% \text{ a . a .} = 4\% \text{ a . m.}$$

$$VF = VP + J = VP(1 + in)$$

$$VP = \frac{VF}{1 + in} = \frac{148000}{1 + 0,04 \cdot 18} = \frac{148000}{1 + 0,72} = \frac{148000}{1,72} = 86.047,0$$

3. Uma pessoa consegue um empréstimo de R\$ 86.400,00 e promete pagar ao credor, após 10 meses, a quantia de R\$ 116.640,00. Determine a taxa de juro anual cobrada?

Solução

$$VP = 86.400,00$$

$$VF = 116.000,00$$

$$i = ?$$

$$n = 10 \text{ meses}$$

$$VF = VP(1 + in) \Rightarrow 116.640,00 = 86.400,00(1 + i \cdot 10)$$

$$\frac{116.640}{86400} = 1 + 10i \Rightarrow 1,35 = 1 + 10 \cdot i \Rightarrow i = 0,035 \text{ a . m.} = 3,5\% \text{ a . m.}$$

$$\text{equivalente a } 12 \times 3,5 = 42\% \text{ a . a .}$$

4. Por quanto tempo deve ser aplicado o capital de R\$ 800.000,00, à taxa de juro de 16% ao ano, para obtermos um montante de R\$ 832.000,00?

SOLUÇÃO

$$n = ?$$

$$VP = 800.000,00$$

$$i = 16\% \text{ a . a .} = 0,16 \text{ a . a .}$$

$$VF = 832.000,00$$

$$VF = VP(1 + in) \Rightarrow 832.000,00 = 800.000(1 + 0,16n)$$

$$1,04 = 1 + 0,16n$$

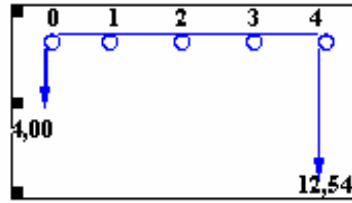
$$n = (0,04/0,16) = (1 / 4) \text{ ano} = 12 \text{ meses}/4 = \mathbf{3 \text{ meses}}$$

5. Uma loja vende toca-fitas por R\$ 15,00 à vista. A prazo, vende por R\$ 16,54, sendo R\$ 4,00 de entrada e o restante após 4 meses. Qual é a taxa de juro mensal cobrada?

SOLUÇÃO

VP = 15,00 à vista

R\$ 16,54 é o seu valor a prazo que deve ser pago da seguinte maneira:



Como R\$ 4,00 é desembolsado na entrada \Rightarrow o que vai ser financiado é R\$ 11,00 para ser pago R\$ 12,54 daí 4 meses. Então, VF = VP

$$(1 + in) \Rightarrow 12,54 = 11 (1 + i)^4 \Rightarrow \frac{12,54}{11,00} - 1$$

$$= 4i \Rightarrow i = 0,035 \text{ ou } 3,5\% \text{ a . m.}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Calcule o montante de uma aplicação de R\$ 50.000,00, à taxa de 2,5% ao mês, durante 2 anos .

Resp:- R\$ 80.000,00

2. Uma pessoa aplicou R\$ 90.000,00 no mercado financeiro e, após 5 anos, recebeu o montante de R\$ 180.000,00. Qual foi a taxa anual? Resp: 20%

3. Um capital foi aplicado à taxa de 45% ao ano em 12/02/90. Em 03/05/90 foi efetuado o resgate no valor de R\$ 107,80. Qual o valor do capital inicial? Resp:- R\$ 98,00

4. Um investidor aplicou R\$ 200.000,00 no dia 06/01/90, à taxa de 27% ao ano. Em que data esse capital elevar-se-á a R\$ 219.500,0? Resp:-16/05/90

5. Um negociante obteve R\$ 441.000,00 de empréstimo, à taxa de 21% ao ano. Alguns meses depois tendo encontrado quem lhe oferecesse a mesma importância a 18% ao ano, assumiu o compromisso com essa pessoa e, na mesma data, liquidou a dívida com a primeira. Um ano depois de realizado o primeiro empréstimo, saldou o débito e verificou que pagou ao todo R\$ 82.688,00 de juro. Calcule o prazo do primeiro empréstimo? Resp:- 3 meses



3.1.2 -TAXAS PROPORCIONAIS

Duas taxas são **proporcionais** quando os seus valores formam uma proporção direta com os tempos a elas referidos, reduzidos à mesma unidade.

Seja i a taxa de juro relativa a um período e i_k a taxa proporcional que queremos determinar, relativa à fração $1/k$ do período, temos:

$$\frac{i_k}{i} = \frac{\frac{1}{k}}{1} = \frac{1}{k} \quad \therefore \quad \boxed{i_k = \frac{i}{k}}$$

EXEMPLO: Calcule a taxa *mensal* proporcional a 30% ao ano

SOLUÇÃO

Lembrando que 1 ano = 12 meses, temos:

$$i_{12} = 30/12 = 2,5 \text{ isto é } 2,5\% \text{ a . m.}$$

EXERCÍCIO : Calcule a taxa mensal proporcional a 0,08% ao dia. Resp:- 2,4% a . m.

3.1.3 -TAXAS EQUIVALENTES

Duas taxas são **equivalentes** quando, aplicadas a um mesmo capital, durante o mesmo período, produzem o mesmo juro.

EXEMPLO: Calcular o juro produzido pelo capital de R\$ 20.000,00

- à taxa de 4% ao mês, durante 6 meses
- à taxa de 12% ao trimestre, durante 2 trimestres

SOLUÇÃO

No primeiro caso, temos $J = 20.000,00 \times 0,04 \times 6 = 4.800,00$

No segundo caso, temos $J = 20.000,00 \times 0,12 \times 2 = 4.800,00$

Como os juros são iguais, podemos dizer que 4% a . m. e 12% a . t., são **taxas equivalentes**

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Transformar 2 anos, 3 meses e 12 dias em:
a. anos b. meses c. dias **Resp:- 2,28 anos; 27,4 meses; 832 dias**
2. Qual a taxa anual proporcional a 1,4% ao mês? **Resp:- 16,8% a . a .**
3. Calcular os juros de um investimento de R\$ 2.500,00, à taxa de 3% ao mês, pelo prazo de 1 ano, 4 meses e 10 dias.
Resp:- R\$ 1.225,00
4. Um investimento de R\$ 2.800,00 rendeu em 1 ano, 5 meses e 3 dias a importância de R\$ 2.872,80. Calcular a taxa mensal dessa rentabilidade. **Resp:- 6% a . m.**
5. Que quantia deve-se investir à taxa de 3% a . m., para que se tenha ao final de 1 ano, 4 meses e 6 dias uma renda de R\$ 97.200,00? **Resp:- R\$ 200.000,00**
6. Calcular os juros e o montante de uma aplicação de R\$ 200.000,00 a 4,8% a . m., pelo prazo de 2 anos, 3 meses e 12 dias. **Resp:- R\$ 263.040,00 e R\$ 463.040,00**
7. Um investidor aplica 2/5 de seu capital a 3,5% a . m. e o restante a 24% ao semestre. Decorridos 2 anos, 3 meses e 15 dias, recebe um total de R\$ 313.500,00 de juros. Calcular o seu capital. **Resp:- R\$ 300.000,00**
8. Um investidor aplicou R\$ 120.000,00 a 42% a . a . . Decorrido um certo tempo, a taxa foi diminuída para 3% ao mês. Calcular o prazo em que vigorou a taxa de 3% ao mês, sabendo que em 7 meses os juros totalizaram R\$ 27.000,00.
Resp:- 4 meses
9. Duas aplicações, uma à taxa de 4,8% ao mês e a outra a 3,6 ao mês, renderam, em 1 ano e 3 meses, R\$ 99.000,00 de juros. Calcular cada uma dessas aplicações, sabendo que os juros da primeira excederam os da segunda em R\$ 1.800,00 **Resp:- 70.000,00 e 90.000,00**
10. A que taxa devemos investir para que, em 10 anos, o montante seja o dobro da aplicação inicial? **Resp:- 10% a . a .**



3.2 - DESCONTOS SIMPLES

Se uma pessoa deve uma quantia em dinheiro numa data futura, é normal que entregue ao credor um **título de crédito**, que é o comprovante dessa dívida.

Todo título de crédito tem uma data de vencimento; porém, o devedor pode resgatá-lo antecipadamente, obtendo com isso um abatimento denominado **desconto**.

O desconto é uma das mais comuns aplicações da regra de juro.

Os títulos de crédito mais utilizados em operações financeiras são a **nota promissória**, a **duplicata** e a **letra de câmbio**.

A **nota promissória** é um *comprovante* da aplicação de um capital com vencimento predeterminado. É um título muito usado entre pessoas físicas ou entre pessoa física e instituição financeira.

A **duplicata** é um título emitido por uma pessoa jurídica contra seu cliente (pessoa física ou jurídica), para o qual ela vendeu mercadorias a prazo ou prestou serviços a serem pagos no futuro, segundo um contrato.

A **letra de câmbio**, assim como a nota promissória, é um *comprovante* de uma aplicação de capital com vencimento predeterminado; porém, é um título ao portador, emitido exclusivamente por uma *instituição financeira*.

Com relação aos títulos de crédito, pode ocorrer:

- que o devedor efetue o pagamento *antes* do dia predeterminado. Neste caso, ele se beneficia com um abatimento correspondente ao juro que seria gerado por esse dinheiro durante o intervalo de tempo que falta para o vencimento;
- que o credor necessite do seu dinheiro antes da data predeterminada. Neste caso, ele pode vender o título de crédito a um terceiro e é justo que este último obtenha um lucro, correspondente ao juro do capital que adianta, no intervalo de tempo que falta para o devedor liquidar o pagamento; assim, ele paga uma quantia menor que a fixada no título de crédito.

Em ambos os casos há um benefício, definido pela diferença entre as duas quantidades. Esse benefício, obtido de comum acordo, recebe o nome de desconto.

As operações anteriormente citadas são denominadas **operações de desconto**, e o ato de efetuá-las é chamado *descontar um título*.

Além disso:

- **dia do vencimento** é o dia fixado no título para pagamento (ou recebimento) da aplicação;
- **valor nominal N** (ou valor futuro ou valor de face ou valor de resgate) é o valor indicado no título (importância a ser paga no dia do vencimento);
- **valor atual A** é o líquido pago (ou recebido) *antes* do vencimento: $A = N - d$
- **tempo** ou **prazo** é o número de dias compreendido entre o dia em que se negocia o título e o de seu vencimento, incluindo o primeiro e não o último, ou então, incluindo o último e não o primeiro.
- **DESCONTO d** é a quantia a ser abatida do valor nominal, isto é, a diferença entre o valor nominal e o valor atual, isto é: $d = N - A$.

O desconto pode ser feito considerando-se como capital o *valor nominal* **ou** *valor atual*. No primeiro caso, é denominado **desconto comercial**; no segundo, **desconto racional**.

3.2.1 – DESCONTO BANCÁRIO

Chamamos de **desconto comercial, bancário** ou **por fora** o equivalente ao juro simples produzido pelo *valor nominal* do título no período de tempo correspondente e à taxa fixada.

Sejam **d** o valor de *desconto comercial*, **N** o *valor nominal* do título, **A** o *valor atual comercial*, **n** o *tempo que falta para o vencimento* e **i** a *taxa de desconto*, então:

$$d = N \cdot i \cdot n$$

O **valor atual bancário** é dado por:

$$A = N - d = N(1 - in)$$

EXERCÍCIOS

1. Um título de R\$ 60.000,00 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine:
- o valor do desconto comercial
 - o valor atual comercial

Solução

$$N = 60.000,00 \quad i = 2,1\% \text{ a.m.} \quad n = 45 \text{ dias}$$

a. $d = N \cdot i \cdot n = 60.000 \times 0,021 \times 1,5 = \text{R\$ } 1.890,00$

b. $A = N - d = 60.000 - 1.890 = \text{R\$ } 58.110,00$

Na HP-12C, teríamos:

```
f  fin  f  2
60000    PV
2,1 ENTER 12 x CHS i
45 ENTER 360 ÷ n
FV
+ RCL PV
```

2. Uma duplicata de R\$ 6.900,00 foi resgatada antes de seu vencimento por R\$ 6.072,00. Calcule o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4% ao mês.

Solução

$$N = 6.900,00 \quad A = 6.072,00 \quad i = 4\% \text{ a.m.}$$

$$d = N - A = N \cdot i \cdot n \Rightarrow (6.900 - 6.072) = 6.900 \times 0,04 \times n$$

$$n = \frac{828}{6900 \times 0,04} = 3$$

```
f  fin  f  2
6900    PV
6072    CHS FV
RCL    PV
RCL    FV
ENTER
RCL    PV ÷
ENTER
4      ÷
100 x
```

-Coloca **N** em PV
- Passa a taxa **i** para anos, com sinal trocado
-Passa **n** para anos
- Encontra o valor atual **A** (Desconto é o contrário)
- Calcula o desconto **d**

3.2.2 – DESCONTO RACIONAL

Chamamos de **desconto racional ou por dentro** o equivalente ao juro produzido pelo **valor atual** do título numa taxa fixada e durante o tempo correspondente.

$$A' = N - d' = \frac{N}{1 + in}$$

Sejam d' o *desconto racional* e A' o *valor atual racional*, então¹

$$d' = A \cdot i \cdot n$$

$$d' = \frac{N}{1 + in} \cdot in = \frac{Nin}{1 + in} = \frac{d}{1 + in}$$

EXERCÍCIOS

1. Um título de R\$ 60.000,00 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine:

- a. o valor do desconto racional
- b. o valor atual racional

SOLUÇÃO

$N = R\$ 60.000,00$
 $i = 2,1\% \text{ a .m.} = 0,021 \text{ a . m.}$
 $n = 45 \text{ dias} = 1,5 \text{ meses}$
 $d = N \cdot i \cdot n = 60.000 \cdot 0,021 \cdot 1,5 = 1.890,00$
 $d' = \frac{d}{1 + in} = \frac{1890,00}{1 + 0,021 \cdot 1,5} = 1.832,28$
 $A' = N - d' = R\$ 58.167,72$

60000					PV
2,1	ENTER	12	x	CHS	i
45	ENTER	360	÷		n
FV					
RCL		PV			+
1				ENTER	
0.021				ENTER	
1.5	x		+		÷
RCL	PV		x>>y		-

..passa **i** para ano com sinal trocado para desconto comercial
 ..passa **n** para ano
 ... calcula o valor atual comercial $A = - 58.110,00$
 ... calcula o desconto comercial $d = 1.890,00$

 ... acha o $d' = 1832.28$
 ...acha o valor atual racional $A' = 58.167,72$

Observe que o valor atual racional A' é maior que o valor atual comercial A ($A' > A$), por isso o comércio e os bancos preferem o A comercial (pagam um valor menor pelo título).

A título de curiosidade, vejamos os estados da pilha operacional da **HP - 12C** durante estes cálculos:

0	0	0	0	1890	1890	1890	1890	1890	1890	1890	1890
0	0	1890	1890	1	1	1890	1890	1890	1890	1890	1890
0	1890	1	1	0.021	0.021	1	1890	1890	1832.28	60000	1890
1890	1	1	0.021	0.021	1.5	0.0315	1.0315	1832.28	60000	1832.28	58167.75
Arac	1	ENTER	0.021	ENTER	1.5	x	+	÷	RCL PV	x>>y	-

2. Uma duplicata de R\$ 120.000,00 foi descontada por R\$ 104.640,00, 4 meses antes do vencimento. Calcular a taxa de desconto racional.

SOLUÇÃO

$$N = R\$ 120.000,00$$

$$A' = R\$ 104.640,00$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$d' = A' i n$$

$$d' = 104.640,00 i 4$$

$$120.000 - 104.640 = 104.640,00 i 4$$

$$15.360,00 = 104.640,00 i 4$$

$$i = \frac{15.360,00}{104.640,00 \times 4} = 0,0367 \text{ ou } 3,67\%$$

Na HP-12C, temos:

f	FIN	f	4
120000			PV
104640			FV
RCL	PV	ENTER	
RCL	FV		-
RCL	FV		÷
4			÷

As operações de desconto de títulos praticadas pelos bancos comerciais costumam apresentar os seguintes **encargos financeiros**, os quais são geralmente cobrados sobre o valor *nominal* do título e pagos à vista (descontados no momento da liberação dos recursos).

- Taxa de desconto** – segue as características já estudadas
- IOF** – Imposto sobre Operações Financeiras – Identicamente à taxa de desconto, este percentual é calculado linearmente sobre o valor nominal do título e cobrado no ato da liberação dos recursos.
- Taxa Administrativa** – cobrada muitas vezes pelas instituições financeiras visando cobrir certas despesas de abertura, concessão e controle do crédito. É calculada geralmente de uma única vez sobre o valor do título e descontada na liberação do recurso.



EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Uma duplicata de R\$ 230.000,00 foi resgatada antes do seu vencimento por R\$ 191.360,00. Calcular o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4,5% ao mês. Resp: 3 meses e 22 dias
2. Calcular o valor nominal de um título com vencimento para 3 meses, sabendo que a diferença entre os seus descontos comercial e racional, à taxa de 4% ao mês, é de R\$ 3.034,29. Resp:- R\$ 236.000,00
3. Calcular o tempo de antecipação do resgate de uma nota promissória, sabendo que o seu valor nominal é seis vezes o do desconto comercial, a 5% ao mês. Resp:- 3 meses e 10 dias.
4. Duas promissórias, uma de R\$ 50.000,00, vencível em 90 dias e outra de R\$ 90.000,00, vencível em 150 dias, deverão ser resgatadas por um só pagamento, a ser efetuado dentro de 60 dias. Qual é o valor desse resgate à taxa de desconto comercial de 3,5% ao mês? Resp:- R\$ 128.800,00
5. Uma empresa descontou dois títulos num banco. Um de R\$ 240.000,00 para 90 dias e outro de R\$ 160.000,00 para 180 dias. Desejando substituí-los por um título único, com vencimento para 60 dias, calcular o valor nominal deste último, supondo que permaneça inalterada a taxa de desconto (comercial) de 3,5% ao mês. Resp:- R\$ 366.881,72.
6. Uma empresa tem três títulos descontados num banco com valores de R\$ 50.000,00, R\$ 180.000,00 e R\$ 70.000,00, a vencerem respectivamente em 90, 150 e 180 dias. Desejando substituí-los por dois outros de valores nominais iguais, para 60 e 120 dias, calcular o valor nominal comum, supondo que a taxa de desconto comercial é de 3,5% ao mês para todas as transações. Resp:- R\$ 138.854,75
7. Três títulos cujos valores são: R\$ 230.000,00, R\$ 180.000,00 e R\$ 140.000,00, com vencimento para 30, 60 e 90 dias, respectivamente, foram substituídos por dois outros de R\$ 300.000,00 cada um, vencíveis em 120 e 180 dias. Calcular a taxa de desconto comercial, supondo que seja a mesma para toda a transação. Resp:- 2,51% ao mês.

4

JUROS E DESCONTO COMPOSTO – Pagamento Simples

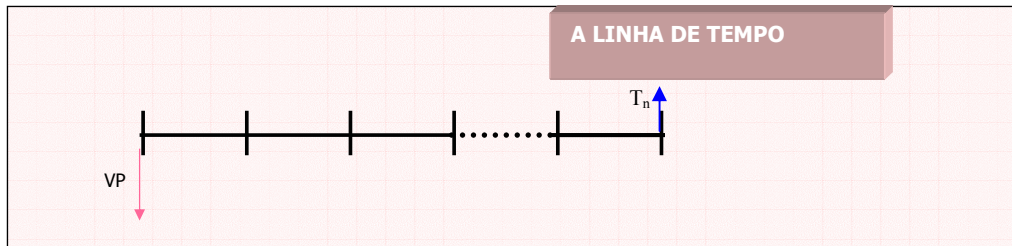
Como vimos anteriormente, neste caso os juros são calculados sobre o montante do período anterior. Ou seja, o principal mais os juros até então. Por isso dizemos também que se trata de juros sobre juros.

4.1 - VALOR FUTURO – Composição ou Capitalização

Começemos o nosso estudo com o conceito de composição (ou capitalização) - o processo de ir do valor de hoje, ou valor presente (**VP**), para o valor futuro (**VF**).

Determinar a quantia **VF** que seria obtida pela aplicação do principal **VP**, à taxa de juros i , durante n períodos. Ou seja, qual é o montante VF acumulado a partir do principal VP?

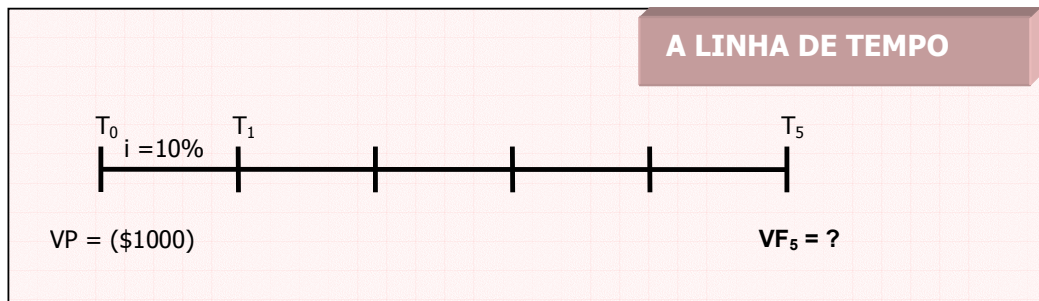
PROBLEMA



Vamos agora calcular o valor futuro através de um exemplo em que daremos um passo de cada vez

4.1.1 Valores Futuros: O Exemplo do Período Único.

Suponha que você coloque \$1.000 (o **VP**) numa conta bancária rendendo uma taxa de juros (i) de 10% ao ano. A quantia que você terá daqui a **cinco** anos, assumindo que você não sacou nada da conta antes disso, é chamada valor futuro (ou **VF₅**).



Primeiramente, quanto você terá após o primeiro ano? Terá o original \$1.000 mais os juros de \$100 (10% de \$1.000). Seu valor futuro no final do ano **1** seria, então, \$1.100:

$$\begin{aligned}
 (VF_1) &= \text{Valor Presente (VP)} + \text{Juros Ganhos} \\
 &= VP + (VP \times i \times 1) \\
 &= VP (1 + i \times 1) = \$1000 (1 + 0,10 \times 1) = \$1.100
 \end{aligned}$$

4.1

4.1.2 Valores Futuros: O Exemplo de Períodos Múltiplos

Qual seria o valor do mesmo investimento após 2 anos, e após 3 anos e finalmente, após 5 anos? Começaremos examinando quanto o nosso investimento original de \$1.000 vale após 2 anos. Após o ano 1 o nosso investimento valia \$1.100, se você depositasse novamente esta soma total de \$1.100 por mais um outro ano, você ganharia 10% de juro sobre o total de \$1.100. O juro ganho no segundo ano é $0,10 \times \$1.100$ ou \$110. Você teria, então, \$1.210 no final do ano 2, ($\$1.100 + \110).

$$\begin{aligned}\text{Valor Futuro (VF}_2) &= \text{Principal} + \text{Juros Ganhos} \\ &= 1.100 (1 + i \times 1) \\ &= 1.100 (1 + 0,10) = \$1.210\end{aligned}\quad 4.2$$

Note que isto é equivalente a investir \$1.100 por um ano a 10 por cento de juros, e receber \$1,10 por cada dólar investido ou, $\$1.100 \times 1,1 = \1.210 .

Vamos fazer uma observação mais estreita de como obtivemos um valor futuro de \$1.210. Primeiro, nós multiplicamos \$1.100 por 1,1 e tivemos \$1.210. Mas lembre-se que os \$1.100 foram obtidos tomando o nosso investimento original de \$1.000 e multiplicando-o por 1,1 ou:

$$\begin{aligned}\text{Valor Futuro (VF}_2) &= \$ 1.100 \times 1,10 \\ &= \$ (1.000 \times 1,10) \times 1,10 \\ &= \$ 1.000 \times 1,10 \times 1,10 \\ &= \$ 1.000 (1,10)^2 \\ &= \$ 1.000 \times (1,21) = \$ 1.210,00\end{aligned}\quad 4.3$$

Note que o valor futuro de \$1000 investidos por dois anos, a 10 por cento de juros por ano, é simplesmente \$1.000 (o VP) multiplicado por 1,10 duas vezes. Então, o que teríamos após três anos? Bem nós simplesmente reinvestimos os \$1.210 que tínhamos após dois anos, e obtemos $\$1.210 \times (1,10) = \1.331 , ou:

$$\begin{aligned}\text{Valor Futuro (VF}_3) &= \$ 1.210 \times 1,10 \\ &= \$ (1.000 \times 1,10 \times 1,10) \times 1,10 \\ &= \$ 1.000 \times 1,10 \times 1,10 \times 1,10 \\ &= \$ 1.000 (1,10)^3 \\ &= \$ 1.000 \times (1,331) = \$ 1.331,00\end{aligned}\quad 4.4$$



Se no exemplo acima, a taxa de juros fosse somente de 5% ao ano, qual é o valor futuro? Quais são os juros simples e os juros compostos?

4.1.3 Uma Fórmula para a Composição

Por ora temos notado provavelmente um quadro emergindo dos nossos cálculos acima do valor futuro. Para calcular o valor futuro de \$1.000, investidos por um ano, simplesmente pegamos \$1.000 (nosso valor presente) e multiplicamos por 1,10 (1 + taxa de juros), uma vez. Para calcular o valor futuro em dois anos multiplicamos \$1000 por 1,10 duas vezes, para três anos, multiplicamos \$1.000 por 1,10 três vezes, etc. Se quisermos calcular o valor futuro de qualquer soma investida a uma fixa taxa de juros por n anos poderíamos usar a seguinte fórmula:

$$\mathbf{VF_n = VP \cdot (1+i)^n}$$

- FV_n = É o Valor Futuro, ou quantia final, na sua conta n-períodos a partir de hoje.
- VP = Valor presente ou a quantia inicial.
- i = taxa de juros, deverá ser expressa na forma unitária.
- n = número de períodos que a conta renderá juros.

Então, qual é o valor futuro de \$1.000 investido numa conta pagando 10% de juros por 5 anos? Usando a equação acima obtemos:

$$\begin{aligned}FV_5 &= \$1.000 \times (1 + 0,10)^5 \\ &= \$1.000 \times (1,10) \times (1,10) \times (1,10) \times (1,10) \times (1,10) \\ &= \$1.000 \times 1,61051 = \$1.610,51\end{aligned}$$

Assim, temos nossa resposta à questão original. O valor futuro de \$1.000 a uma taxa de juros de 10% ao ano em cinco anos é \$1.610,51. O total de juro ganho durante os cinco anos é \$610,51, dos quais \$500 é juro simples e \$110,51 é juro composto.

Para ajudar no entendimento do efeito de composição, observe a Tabela 4.1, a qual mostra o crescimento da quantia na sua conta durante o período de cinco anos. A tabela mostra claramente que o total de juro ganho a cada ano é igual à quantia inicial multiplicada pela taxa de juros de 10%. Quando a informação na tabela é *plotada* na Figura 4.1, ela mostra a parte do crescimento na conta que é devida aos juros simples e a parte que é devida aos juros compostos. Embora o total acumulado de juros simples cresça a cada ano pelos mesmo \$100, o total acumulado de juros compostos cresce em quantias maiores e maiores a cada ano. Isto é porque os juros compostos são 10% da soma de todos os juros ganhos anteriormente.

Tabela 4.1 Valor Futuro e Juros Compostos					
Ano	Quantia Inicial	Juros compostos	Juros Simples	Juros sobre os juros	Quantia Final
1	\$1.000,00	\$100,00	\$100	\$0,00	\$1.100,00
2	1.100,00	110,00	100	10,00	1.210,00
3	1.210,00	121,00	100	21,00	1.331,00
4	1.331,00	133,10	100	33,10	1.464,10
5	1.464,10	146,41	100	46,41	1.610,51
		\$610,51	\$500	\$110,51	

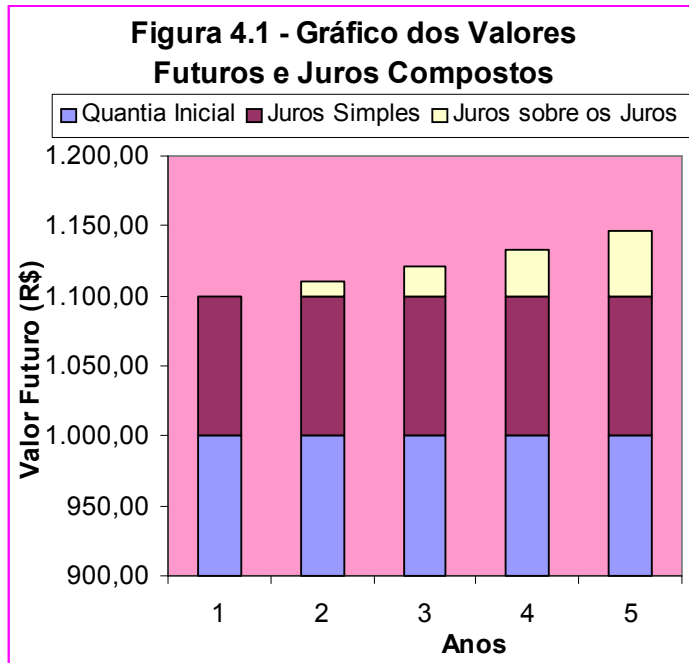
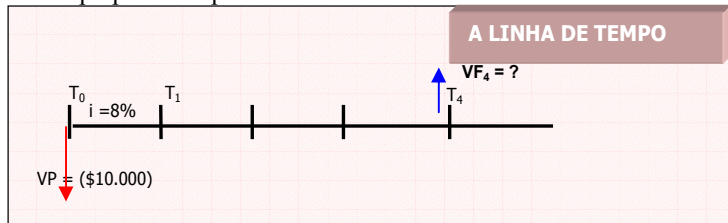


Figura 4.1 – Valores Futuros e Juros Compostos

4.1.4 Calculando Valores Futuros – Fórmulas e Calculadora HP-12C

Na prática, existem diversos modos para se calcularem os valores futuros. Suponha que você herdou \$10.000 e você quer economizá-lo e usá-lo para viajar quando você se formar daqui a quatro anos. Você encontrou um investimento pagando 8 % de juros ao ano. Quanto será o valor do seu investimento daqui a 4 anos? A linha de tempo para este problema seria assim:



Usando Fórmulas

Você pode calcular o valor futuro de \$10.000 investidos a 8% ao ano por 4 anos, usando a fórmula da equação 4.5 acima:

$$VF_n = VP \times (1 + i)^n \quad \text{ou,}$$

$$VF_4 = \$10.000 \times (1 + ,08)^4$$

A qual poderia ser resolvida simplesmente multiplicando-se \$10.000 por 1,08 quatro vezes:

$$VF_4 = \$10.000 \times (1 + ,08) \times (1 + ,08) \times (1 + ,08) \times (1 + ,08) = \$13.604,89$$

Este método é agradável se o período não for muito grande. Mas quando o número de períodos, n , torna-se grande, este método torna-se tedioso.

Usando a Calculadora HP-12C

Pressionando as teclas rotuladas apropriadamente, você entra com os valores (em qualquer ordem) para o número de períodos (n), a taxa de juros (i), e a quantia do investimento (VP), e então calcula o valor futuro (VF). Como mágica, a resposta aparece no visor da calculadora.

Quando usada corretamente, a calculadora financeira pode reduzir significativamente o tempo de computação. Agora ilustraremos como calcular na calculadora financeira HP-12C os valores futuros.



CALCULADORA FINANCEIRA HP12-C

N

I

PV

PMT

FV

Para o cálculo do valor futuro podemos nos concentrar em apenas quatro teclas. A tecla **N** refere-se ao número de períodos, **I** coloca a taxa de juros, **VP** coloca o valor presente (ou valor inicial), e **FV** coloca o valor futuro ou valor final.

Para calcular o valor futuro do nosso investimento de \$10.000 por 4 anos a partir de hoje, a uma taxa de juros de 8 por cento, faremos o seguinte:

1. Entre com -10.000. Pressione a tecla **CHS** para trocar de sinal. A seguir pressione **VP**.
2. Entre com 4. Pressione **N**.
3. Entre com 8. Pressione **I**.

Agora, entramos com todas as coisas que conhecemos e vamos encontrar o valor futuro. Para isso pressione **FV** e obtenha o seu resultado. Se a sua calculadora for carregada corretamente, você deverá obter **\$13.604,89**. Se esta é a primeira vez que você tentou um problema em sua calculadora financeira, existe uma boa chance de que esta não seja a sua resposta.

A calculadora não é mágica, ela simplesmente realiza a matemática financeira mais rapidamente do que fazemos na mão. Você ainda deve ficar ciente dos conceitos básicos do valor do dinheiro no tempo (VDT). Você terá de saber como montar o problema. Uma calculadora pode somente fazer a matemática para você, ela não pode montar o problema para você. Lembre-se do velho adágio “porcaria que entra é igual a porcaria que sai”. Se você não montar o problema corretamente, a calculadora NÃO fornecerá magicamente a resposta correta.

USANDO A CALCULADORA HP-12C

4

8

-10,000

N

I

VP

PMT

VF

↓
\$13.604,89

Mais Dicas de Calculadora:

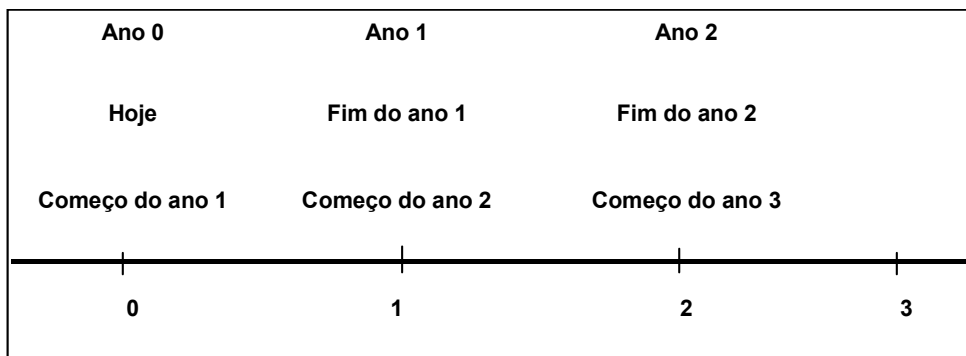
Existem várias coisas que você deverá sempre fazer antes de começar um cálculo na calculadora financeira:

1. Limpar a calculadora. A Calculadora manterá os números na memória até você limpá-los e em alguns casos, mesmo após você desligar a calculadora. Não limpar todas as coisas da memória financeira de sua calculadora pode levar a alguns resultados muito interessantes para dizer o mínimo. A calculadora tem um jeito de se fazer isto – Aperte **f** **FIN**.
2. Entrar com todas as saídas de caixa com um sinal negativo. Entramos com o investimento acima como $-\$10,000$. Se você seguir esta regra todos os números positivos representarão entradas de caixa e todos os números negativos representarão as saídas. Tipicamente os valores presentes representarão que você deve reservar ou pagar hoje para obter alguma quantia futura. Assim na maioria dos casos entramos com os valores presentes como números negativos. Reciprocamente, não se surpreenda quando obter a número negativo ao calcular valores presentes – isto simplesmente representa que o fluxo de caixa é uma saída de caixa, e não uma entrada. As direções dos fluxos de caixa são importantes para a sua calculadora, de modo que você deve ser cuidadoso ao entrar com eles corretamente.
3. Seja cuidadoso quando entrar com a taxa de juros. Ao fazer os cálculos usando as fórmulas entraremos com a taxa de juros na forma unitária (como decimais), por exemplo, 10% é 0,10. Entretanto, a calculadora assume que as taxas de juros estão em porcentagem de modo que você deve entrar 10% como 10 e não 0,10!

Se você ainda não obteve as respostas corretas, verifique as seguintes armadilhas:

1. Certifique-se que a sua calculadora está fixada para um número grande de casas decimais. Quatro casas decimais é a exposição mínima. A maioria das calculadoras financeiras vem fixada previamente para 2 casas decimais para representar valores monetários e os centavos deles. Isto é especialmente problemático quando se usam fórmulas mas pode ser um problema quando se trata com taxas de juros que são calculadas em alguns casos com quatro casas decimais.
2. Certifique-se que a sua calculadora está fixada para o modo *end*. No modo **end** a calculadora assume que todos os fluxos de caixa ocorrem no final do período. Mais tarde retornaremos a isto observando decisões financeiras que envolvem fluxos de caixa ocorrendo no início do período também, mas isto é uma discussão reservada para mais tarde.

Estas sugestões representam os problemas mais comuns que os estudantes se deparam quando usam uma calculadora financeira. Forneceremos numerosos exemplos e continuaremos a dar sugestões de calculadora através do texto.



4.1.5 Calculando Valores Futuros – Planilha Excel

As planilhas são programas para computadores pessoais, tais como o Excel, também têm um modo simples e conveniente para calcular valores futuros como uma característica incorporada. Com ela podemos muito facilmente criar uma linha de tempo e usar funções embutidas para calcular mesmo os mais complexos problemas de VDT. Por exemplo, para encontrar o valor futuro de \$10.000, em 4 anos, a 8% juro, usaríamos a seguinte montagem de planilha.

	A	B	C	D	E	F
1	Taxa de Juros	0,08				
2	Tempo	0	1	2	3	4
3	Valor Presente	(10.000)				
4	Valor Futuro					13604,89
5						
6						

Usando Excel reproduzimos a linha de tempo para o problema e então podemos usar um dos dois métodos para se calcular o VF_4 . A célula B1 mostra a nossa taxa de juros entrada como um decimal número, 0,08. A linha 2 mostra nossa linha de tempo. A linha 3 mostra nosso fluxo de caixa, neste caso existe somente um fluxo de caixa do nosso investimento de \$10.000. Como isto é novamente uma saída de caixa entraremos com ele como um número negativo.

No Excel existem muitas úteis embutidas funções para resolver problemas financeiros incluindo o valor futuro. Para usar estas funções vá a célula F6 e clique sobre o assistente (wizard) de função, (f_x), ou vá em **inserir** na barra de tarefas e clique **função** para inserir uma nova função. Usando este método você verá um menu *drop down* – clique em **financeiro** para ver as funções financeiras e depois clique em **VF** para calcular um valor futuro.

Uma vez aberta, a caixa de diálogo da função **VF** (ver abaixo) lhe convidará a preencher os argumentos da função. Para calcular o **VF** de \$10.000 investidos a 8% por 4 anos, entraremos com a seguinte informação. Para a **Taxa** entre com a célula B1 que referencia a nossa taxa de juros de 8% entrada como decimal (0,08). Para **Nper** entre com o número de períodos, neste caso 4. No momento ignoramos **Pgto** que é a célula pagamento, se você quiser, você pode entrar com 0 que é o default no Excel. Usaremos a tecla Pgto (pagamento) nos capítulos posteriores. Para **VP** nós nos referimos ao valor presente na célula B3 que é -\$10.000. No excel **Tipo** está vinculado à tecla Pmt. Se os pagamentos são feitos no final do período, entre com 0, este é o default. Se os pagamentos são feitos no início de cada período entramos com 1 em **Tipo**. Por enquanto, fixamos os settings default pois não temos pagamentos – ou a entrada não impactará o resultado desta equação.

VF

Taxa B1 = 0,08

Nper F2 = 4

Pgto = número

Vp B3 = -10000

Tipo 0 = 0

= 13604,8896

Retorna o valor futuro de um investimento com base em pagamentos constantes e periódicos e uma taxa de juros constante.

Tipo é o valor que representa o vencimento do pagamento; pagamento no início do período = 1; pagamento ao final do período = 0 ou não especificado.

Resultado da fórmula = 13.604,89

OK Cancelar

Uma vez os números apropriados sejam inseridos, ou diretamente os números, ou usando as células de referências como fizemos acima, o resultado da função, \$13.604,89, aparecerá na caixa de diálogo. Quando você completar clique **OK** e o resultado aparecerá na célula F6.

4.1.6 Observação Importante sobre a Composição

Os valores futuros dependem fortemente da taxa de juros usada e isto é especialmente verdadeiro para investimentos de longo prazo. A razão para isto é que os juros compostos são muito mais importantes em investimentos de longo prazo do que em investimentos de curto prazo. Por exemplo, vimos que \$10.000 investidos por quatro anos a 8%, cresceram para \$13.604,89. Dos \$3.604,89 de juros totais, \$3.200 ($\800×4 anos), são juros simples (sobre o investimento) e apenas \$404,89 são juros sobre juros.

Mas o que acontecerá se investirmos os mesmos \$10.000 por 25 anos? O valor futuro crescerá para \$68.484,75:

$$VF_{25} = \$10.000 \times (1 + ,08)^{25} = \$68.484,75$$

Destes \$20.000, ($\800×25 anos), são juros simples e \$38.384,75 representam juros compostos ou juro sobre juro. No final deste investimento, você terá aproximadamente ganho duas vezes mais reinvestindo os juros do que você ganharia como juros simples sobre o original principal. Esta é a maravilha da composição!

A Figura 4.2 representa a ilustração do crescimento de \$100 investidos às várias taxas de juros de 0% a 20% e para vários períodos entre 1 ano e 20 anos. Claramente os valores futuros estão relacionados positivamente à taxa de juros e o período de um investimento.

	0%	5%	10%	15%	20%
1	100,00	105,00	110,00	115,00	120,00
2	100,00	110,25	121,00	132,25	144,00
3	100,00	115,76	133,10	152,09	172,80
4	100,00	121,55	146,41	174,90	207,36
5	100,00	127,63	161,05	201,14	248,83
6	100,00	134,01	177,16	231,31	298,60
7	100,00	140,71	194,87	266,00	358,32
8	100,00	147,75	214,36	305,90	429,98
9	100,00	155,13	235,79	351,79	515,98
10	100,00	162,89	259,37	404,56	619,17
11	100,00	171,03	285,31	465,24	743,01
12	100,00	179,59	313,84	535,03	891,61
13	100,00	188,56	345,23	615,28	1.069,93
14	100,00	197,99	379,75	707,57	1.283,92
15	100,00	207,89	417,72	813,71	1.540,70
16	100,00	218,29	459,50	935,76	1.848,84
17	100,00	229,20	505,45	1.076,13	2.218,61
18	100,00	240,66	555,99	1.237,55	2.662,33
19	100,00	252,70	611,59	1.423,18	3.194,80
20	100,00	265,33	672,75	1.636,65	3.833,76

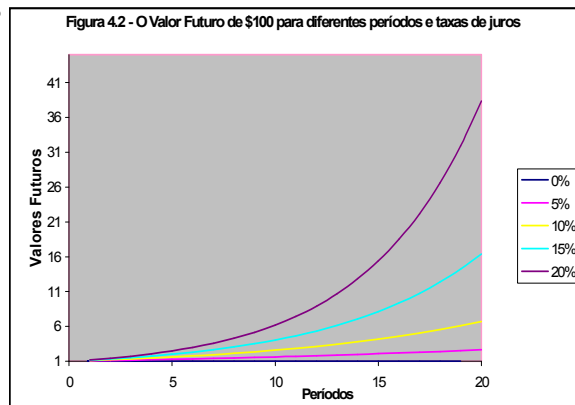


Figura 4.2 – O Valor Futuro de \$100 para diferentes períodos e taxas de juros

TESTE Rápido

Qual é a relação entre os valores futuros, número de períodos e a taxa de juros? Explique brevemente.

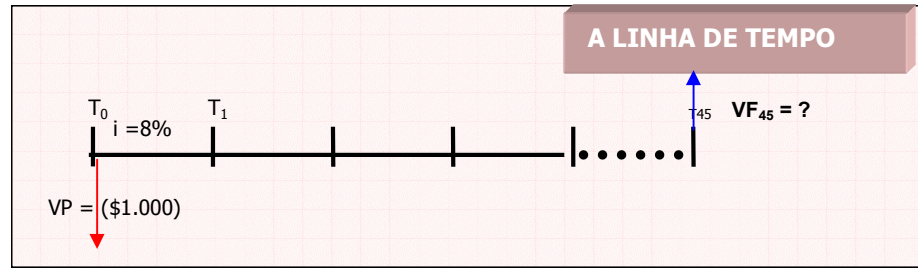
EXERCÍCIOS

1 - Poupanço para a Velhice

Você está com 20 anos e considerando aplicar \$1.000 numa conta de poupança que está pagando 8% ao ano, por 45 anos. Quanto você deverá ter na conta, na idade de 65 anos? Quanto deste valor seria de juros simples, e quanto seria de juros compostos? Se você pudesse encontrar uma conta pagando 9% ao ano, quanto mais você terá na idade de 65?

Solução





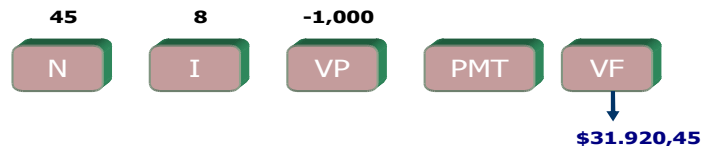
Usando a fórmula, encontramos:

$$VF_n = VP \times (1 + i)^n \quad \text{ou,}$$

$$VF_{45} = \$1000 \times (1 + .08)^{45} = \$ 31.920,45$$

Devido ao original principal ser \$1.000, o total de juro ganho é \$30.920,45. Os juros simples são ou \$3.600,00 ($\$80 \times 45 = \$3.600,00$), enquanto os juros compostos são \$ 27.320,45.

USANDO A CALCULADORA FINANCEIRA



A uma taxa de juros de 9% ao ano, encontramos:

$$VF_{45} = \$1000 \times (1 + .09)^{45} = \$48.327,29$$

Assim, um crescimento aparentemente pequeno de 1% na taxa de juros resulta num extra de \$16.406,84 ($\$48.327,45 - \$31.920,45$) na idade de 65 anos. Isto é mais do que um aumento de 50% ($16.406,84/31.920,45 = 0,514$). O ponto principal deste exemplo é que uma pequena diferença na taxa de juros pode fazer uma grande diferença nos valores futuros sobre longos períodos de tempo.

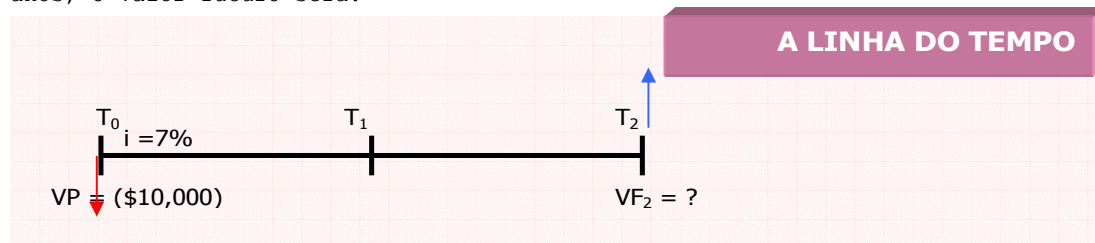
2 - Reinvestindo a Taxas Diferentes

Você tem \$10.000 para investir por dois anos e se deparou com a seguinte decisão de investimento. Investir em CDBs de dois anos que está pagando 7% ao ano ou em CDBs de um ano que está pagando 6%. O que você faria?

Solução

Para tomar esta decisão você deve primeiro decidir como será a taxa de juros sobre CDBs de um ano, no próximo ano. Esta é chamada de taxa de reinvestimento, isto é, a taxa de juros em que o dinheiro recebido antes do final do seu horizonte de planejamento possa ser reinvestido. Suponha que você tenha certeza que ela será 8% ao ano.

Agora podemos usar o conceito de valor futuro para tomar esta decisão de investimento. Você calcula o valor futuro sob cada investimento alternativo e escolhe aquele um que dá mais dinheiro no final dos dois anos. Com os CDBs de dois anos, o valor futuro será:

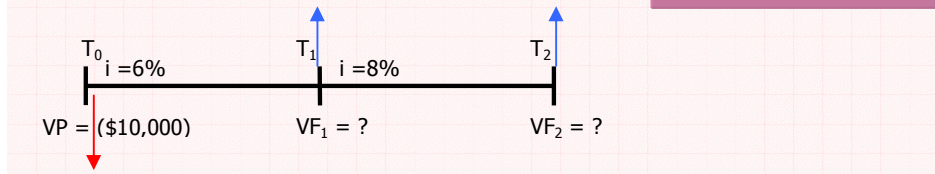


E o VF_2 é:

$$VF_2 = \$10.000 \times (1 + ,07)^2 = \$11.449,00$$

F	FIN	f2	1000	CHS	PV
2	n		7	i	
FV	11449.00			

Com a sequência de **dois** CDBs de um ano, o valor futuro pode ser calculado em duas partes:



Primeiramente investimos os \$10.000 a 6% por um ano. Daí, designando uma taxa de juros esperada na linha de tempo para representar aquela taxa variável.

$$VF_1 = \$10.000 \times (1 + ,06)^1 = \$10.600,00$$

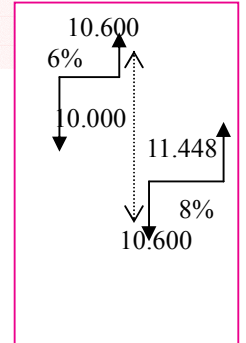
Daí, re-investimos VF_1 por mais um ano a 8% ao ano:

$$VF_2 = \$10.600 \times (1 + ,08)^1 = \$ 11.448,00$$

Assim, você ficará um pouco melhor se investir em CDBs de dois anos onde você terminará com \$11.449 em vez de \$11.448. Você notou que podemos ter calculado o VF_2 dos dois CDB como segue:

$$VF_2 = \$10.000 \times (1 + ,06) \times (1 + ,08) = \$ 11.448,00$$

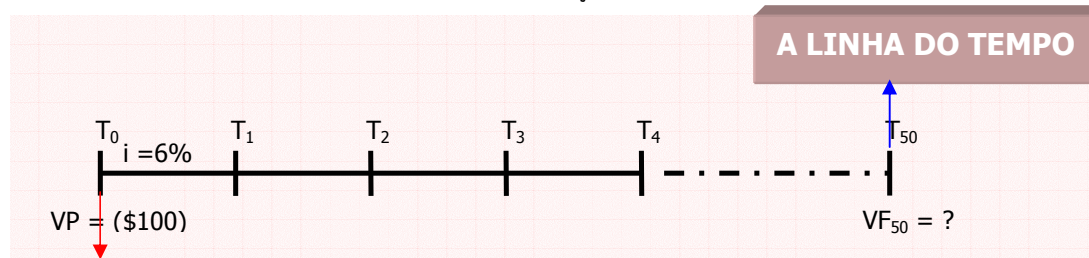
Para calcular VF_2 simplesmente multiplicamos o investimento de \$10.000 por $(1 + i_1)$ e novamente por $(1 + i_2)$ onde i_1 e i_2 são as taxas de juros do primeiro e segundo ano, respectivamente. Infelizmente este cálculo não pode ser feito diretamente com as funções financeiras de uma calculadora financeira. Para cálculos incorporando muitas variações de taxas de juros uma planilha seria muito valiosa.



3 - Ressarcindo um Empréstimo

Cinquenta anos após a sua graduação, você recebeu uma carta de sua faculdade notificando que eles acabaram de descobrir que você não pagou sua última matrícula das atividades estudantis no valor de \$100 naquela época. Devido a isto ter sido um engano da sua faculdade, ela decidiu cobrar de você uma taxa de juros de apenas 6% ao ano. Sua faculdade gostaria que você pagasse isso durante o quinquagésimo encontro dos ex-alunos da sua turma de graduação. Como um bacharel fiel, você se sente obrigado a pagar. Quanto você deve a eles?

Solução



Não Renegocie Antes de Nos Consultar

Usando a calculadora:

USANDO UMA CALCULADORA FINANCEIRA

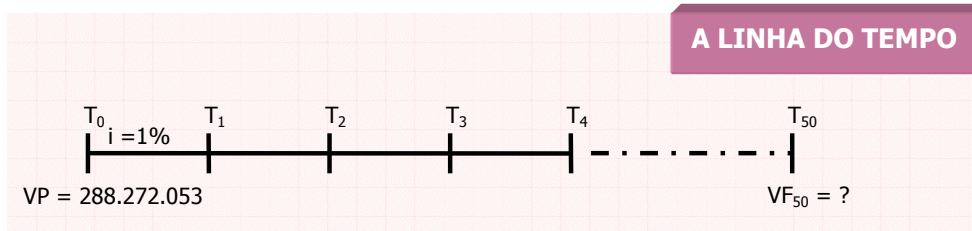


4 - Uma Aplicação Não Monetária das Fórmulas de VDT

Os exercícios até agora envolveram todos eles dinheiro. Entretanto, cálculos de valor futuro são gerais e não estão limitados ao crescimento de dinheiro. Por exemplo, em 13 de Outubro de 2002 a população dos USA foi estimada em 288.272.053 residentes legais e cidadãos. Qual será a população legal dos Estados Unidos daqui a 50 anos se o crescimento populacional é 1 por cento ao ano? Aqui a taxa de juros é simplesmente o crescimento da população ou 1 por cento ao ano.

Solução

O problema pode ser ilustrado como:



E usando fórmulas:

$$VF_{50} = 288.272.053 \times (1 + ,01)^{50} = 474.101.392$$

A uma taxa de crescimento de 1 por cento ao ano a população dos U.S.A. crescerá para 474.101.392 em 2052.

Faça isto na HP-12C.

5 – Deixe o se tataraneto milionário!!!!

Suponhamos que o seu filho acabou de nascer e como cliente preferencial do Banco Alfa você foi convidado a presenteá-lo com uma poupança de \$1.000,00, com a condição que só poderá ser retirado quando nascer o seu tataraneto (= bisneto do seu filho) daqui a 90 anos, e o saldo deverá ser dado a ele como um presente seu. O Banco afirma que em todo este período o dinheiro irá dobrar a cada 9 anos. Quanto seu tataraneto poderá sacar?

Solução

Em 90 anos,teremos 10 períodos de 9 anos. Portanto, o dinheiro vai dobrar 10 vezes. Assim,

Ano 0	\$1.000		
Ano 9.....	\$2.000 = $2^1 \cdot 1000$	1º período
Ano 18.....	\$4.000 = $2^2 \cdot 1000$	2º período
Ano 27.....	\$8.000 = $2^3 \cdot 1000$	3º período
.....
.....
Ano 90.....	\$ = $2^{10} \cdot 1000$	10º período

Na HP-12C, podemos calcular 2^{10} da seguinte maneira:

2 ENTER 10 y^x 1.024

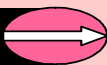
Então, no Ano 90 teremos \$1.024.000,00

Um bom presente para quem acabou de nascer. Com certeza o seu tataraneto ficará muito satisfeito e levará flores muitas vezes no seu túmulo.

AVISO ao tataraneto:
 Infelizmente ele não poderá comprar as mesmas coisas que você compraria com este dinheiro hoje, devido à inflação!!!!!!

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Em 1626 Peter Minuit comprou a Ilha de Manhattan dos Nativos Americanos por cerca de \$24 em bugigangas. Se a tribo tivesse ao invés disso exigido dinheiro e investido todo ele a 10% ao ano de juro composto anualmente, quanto a tribo teria em 2006, 380 anos mais tarde? Quanto do valor futuro é de juros simples? E quanto é de juros compostos? **Resposta: \cong 128 quatrilhões; \$912,00; \$ o que falta para 128 quatrilhões**
2. Suponhamos que Peter Minuit não tivesse se tornado o primeiro magnata imobiliário de Nova Iorque, mas que em vez disso tivesse investido seus \$ 24 a uma taxa de juros de 5% a.a. no Banco Econômico de Nova Amsterdã. Quanto ele teria de saldo em sua conta de pois de 5 anos? E de 50 anos?
3. A Novos Empreendimentos teve vendas no passado de apenas \$0,5 milhão. No entanto, um analista da bolsa de valores está otimista sobre a empresa e prevê que as vendas dobrarão a cada ano por 4 anos. De quanto são as vendas projetadas até o final desse período?
4. Alan investiu \$10.000 num fundo de investimento. Exatamente quatro meses depois resgatou \$10.877,34. O gerente do fundo informou que as taxas de rentabilidade mensais do fundo durante o prazo do investimento de Alan foram 1,8%, 2%, 2,2% e 2,5% ao mês. Alan gostaria de verificar se o resgate recebido corresponde realmente às taxas mensais de juro informadas e qual foi a taxa de juro efetiva durante o período de quatro meses?
5. O excesso de caixa de uma empresa \$ 18.000 foi aplicado em um fundo durante cinco dias com taxa de juro de 0,3% aos cinco dias. A seguir o valor resgatado foi reaplicado em renda fixa durante oito dias com taxa de juro de 0,48% aos oito dias. Finalmente, o valor resgatado da aplicação em renda fixa foi aplicado durante doze dias com taxa de juro de 0,75% aos doze dias. Qual o resgate dessa operação? **Resp: VF = \$ 18.276,71**
6. Continuando com o problema 5, qual a taxa total de juro desta operação? **Resp: $i = 1,5373\%$ aos vinte e cinco dias**
7. Foram aplicados \$760.000 durante dez dias com taxa total de juro de 0,8%. O valor resgatado foi reaplicado durante seis dias com taxa total de juro de 0,4%. O valor resgatado da segunda aplicação foi reaplicado durante doze dias com taxa total de juro de 1,05%. A quarta aplicação foi realizada durante sete dias com taxa total de juro de 0,5%. Quais os valores da taxa de juro e o resgate no final da quarta aplicação? **Resp: $i = 2,78\%$ aos trinta e cinco dias e VF = \$781.106,44**
8. John manteve \$10.000 em Caderneta de Poupança durante dez meses seguidos. Analisando o valor resgatado, John verificou que a taxa total de juro da operação foi 9,65% aos dez meses. Se a taxa de juro durante os primeiros seis meses da operação foi 5,33% aos seis meses, qual a taxa de juros dos últimos quatro meses? **Resp: $i = 4,10\%$ aos quatro meses.**


TESTE
Rápido


Em 1626 Peter Minuit comprou a Ilha de Manhattan dos Americanos Nativos por cerca de \$24 em bugigangas. Se a tribo tivesse ao invés disso exigido dinheiro e investido todo ele a 6% ao ano de juro composto anualmente, quanto a tribo teria em 2006, 380 anos mais tarde? Quanto do valor futuro é de juros simples? E quanto é de juros compostos?

O valor total dos terrenos em Manhattan é, hoje, uma fração de \$ 75 trilhões. Portanto o Sr. Peter Minuit realizou um bom negócio? Este valor obtido da capitalização, seria o único retorno da ilha para o Sr. Peter Minuit?

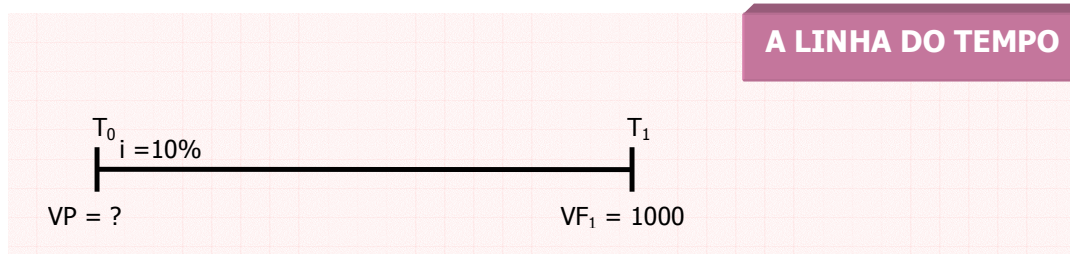
4.2 - Valor Presente (VP): Descontando Fluxos de Caixa Futuros

Suponha que queremos saber quanto investir hoje para atingir alguma quantia desejada numa data no futuro. Por exemplo, se precisarmos ter \$15.000 para a educação superior das crianças daqui a oito anos, teremos que investir quanto agora? Para encontrar a resposta a esta espécie de questão, precisamos calcular o valor presente de uma dada quantia futura.

Calcular valores presentes é o contrário de se calcular valores futuros. Isto é, ele diz que quantia você deveria ter hoje para se ter um certo valor no futuro.

4.2.1 Desenvolvendo uma Fórmula

Suponha que você queira ter \$1.000 daqui a um ano e pode ganhar 10% juro ao ano. A quantia que devemos investir agora é o valor presente de \$1.000. A seguinte linha de tempo ilustra nosso problema:



Para desenvolver nossa fórmula VP começamos com aquela fórmula FV da equação 4.5:

$$VF_n = VP \times (1 + i)^n \quad \text{ou,}$$

Se conhecermos todas as coisas exceto o **VP**, então encontramos **VP**:

$$VP = \frac{FV_n}{(1 + i)^n} = FV_n \left[\frac{1}{(1 + i)} \right]^n$$

Então, quanto é que deveríamos investir hoje, para se ter \$1.000 daqui a um ano, se podemos ganhar uma taxa de retorno de 10%?

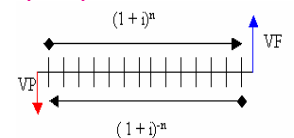
$$VP = VF_1 \left(\frac{1}{1 + i} \right)^1 = 1.000 \left(\frac{1}{1 + 0,10} \right)^1 = 1.000 \times 0,90909 = \$ 909,09$$

Se investirmos \$909,09 numa conta pagando 10% de juro por ano, nós teremos exatamente \$1.000, daqui a um ano.

Agora suponhamos que em vez disto nós não precisamos do dinheiro por 5 anos quanto devemos investir hoje para ter \$1.000 daqui a cinco anos se podemos ganhar 10% ao ano. Claramente, a quantia que precisamos investir hoje a uma taxa de juros de 10% é menor do que \$909,09, porque ela ganhará juro à taxa de 10% ao ano por cinco anos. Usando a fórmula 5.6 vemos que \$620,92 investidos a 10% por 5 anos aumentará para \$1.000 em 5 anos.

$$VP = VF_5 \left(\frac{1}{1 + i} \right)^5 = 1.000 \left(\frac{1}{1 + 0,10} \right)^5 = 1.000 \times 0,62092 = \$ 620,92$$

Capitalizar e Descontar
O procedimento básico é:
Para encontrar **VF**, multiplique o investimento (VP) por $(1 + i)^n$.
Para encontrar **VP**, multiplique o VF por $(1 + i)^{-n}$.



4.5

4.6

Avaliação de fluxo de caixa descontado (FCD)

Avaliação que calcula o valor presente de um fluxo de caixa futuro para se determinar seu valor hoje.

Taxa de Desconto

A taxa usada para se calcular o valor presente de fluxos de caixa futuros.

Em inglês, IOU significa “I owe you”, ou “Eu devo a você” (o mesmo que um “vale” ou “nota promissória”). As IOU da Coca-Cola são chamadas de obrigações. Normalmente, investidores em obrigações recebem um pagamento regular de juros ou um cupom. A IOU da Coca-Cola fará apenas um único pagamento no final do ano 25. Portanto, era chamada de uma obrigação de cupom zero, ou de pagamento único no investimento. Falaremos mais sobre isso no decorrer do curso.

Você nunca deve comparar fluxos de caixa que ocorrem em tempos diferentes sem primeiro desconta-los para uma data em comum (data focal). Ao calcular um valor presente vemos quanto dinheiro precisa ser colocado de lado hoje para pagar contas futuras.

Diríamos que \$620,92 é o valor presente de \$1.000 a ser recebido daqui a 5 anos a 10 por cento. Calcular valores presentes é chamado **descontar** e a taxa de juros usada no cálculo freqüentemente é referida como a **taxa de desconto**. Descontar é exatamente o oposto de compor. Se, temos um FV podemos descontá-lo para obter VP e se, temos um VP podemos compô-lo para obter um FV.



Qual é o valor presente de \$100 a ser recebido daqui a quatro anos a uma taxa de juros de 6% ao ano?

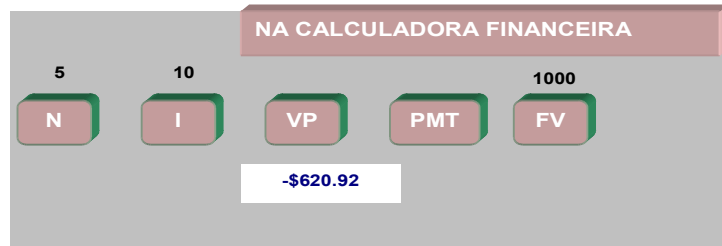
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Suponhamos que você precise de \$ 3.000 no ano que vem para comprar um computador novo. A taxa de juros é de 8% ao ano. Quanto dinheiro você deveria alocar para poder pagar pela compra? E se adiarmos a compra do mesmo computador para daqui a dois anos?
2. Em 1995, a Coca-Cola precisou tomar emprestado quase um quarto de bilhão de dólares emprestado por 25 anos. Ela fez isso vendendo IOU, ou notas promissórias, e prometendo pagar por cada uma \$ 1.000 ao portador no final de 25 anos¹. A taxa de juros do mercado naquela época era de 8,53%. Quanto você estaria disposto a pagar por uma das notas promissórias da empresa?
3. A Canguru Autos está oferecendo uma promoção para os carros de \$ 10.000. Você paga \$ 4.000 de entrada e o saldo no final de 2 anos. A loja ao lado, a Tartaruga Motors, não oferece essa facilidade, mas desconta \$ 500 do preço de tabela. Se a taxa de juros for de 10%, qual das empresas está oferecendo o melhor negócio?
- 4.



4.2.2 Calculando VP Usando a Calculadora

Novamente usando a calculadora financeira podemos economizar tempo se você usa-la sabiamente. Para encontrar o VP de \$1.000 daqui a 5 anos a uma taxa de desconto de 10% entraríamos com os seguintes números numa calculadora financeira:



O sinal negativo no nosso valor presente novamente indica que isto é um investimento hoje e que se investido a 10% crescerá para exatamente \$1.000 em 5 anos.

4.2.3 Calculando o VP Usando uma Planilha

Podemos também usar planilhas para calcular valores presentes. Por exemplo, para encontrar mais uma vez o valor presente de \$1.000 em 5 anos a 10% juro usaríamos o seguinte “setup” planilha.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taxa de Juros	0.10					
2	Períodos	0	1	2	3	4	5
3	Valor Futuro						1.000,00
4	Valor Presente	\$620.92					
5							

No Excel existe também a função embutida útil para calcular o valor presente. Para usar esta função vá a célula B4 e clique no assistente (wizard) de função, (f_x), ou vá para **inserir** na barra de tarefas e clique **função** para inserir uma nova função. Usando este método, você verá um menu *drop down* – clique em **financeiras** para ver as funções financeiras e clique em **VP** para calcular a valor presente.

Uma vez aberta a caixa de diálogo da **função VP** você será convidado a preencher os argumentos da equação (ver abaixo). Para calcular o **VP** de \$1.000 investido a 10% por 5 anos entraremos com a seguinte informação. Para **Taxa** entre com a célula B1 que referencia nossa taxa de juros de 10% entrada como um número decimal (0,10). Para **Nper** entre com o número de períodos, neste caso 5. Por enquanto ignore o **Pgto** que é a célula pagamento, se você quiser você pode entrar com 0 que é o “default” no Excel. Usaremos a tecla pagamento em capítulos futuros. Para **FV** nos referenciamos ao valor presente na célula G3 que é \$1.000. Novamente **Tipo** está vinculado à tecla Pmt e podemos ignorá-la por enquanto. O resultado aparecerá na célula B4.

Argumentos das Funções

VP

Taxa B1 = 0.10

Nper G2 = 5

Pgto =

FV 1000 = 1000

Tipo 0 = 0

Resultado da Função = \$620.92

OK Cancel



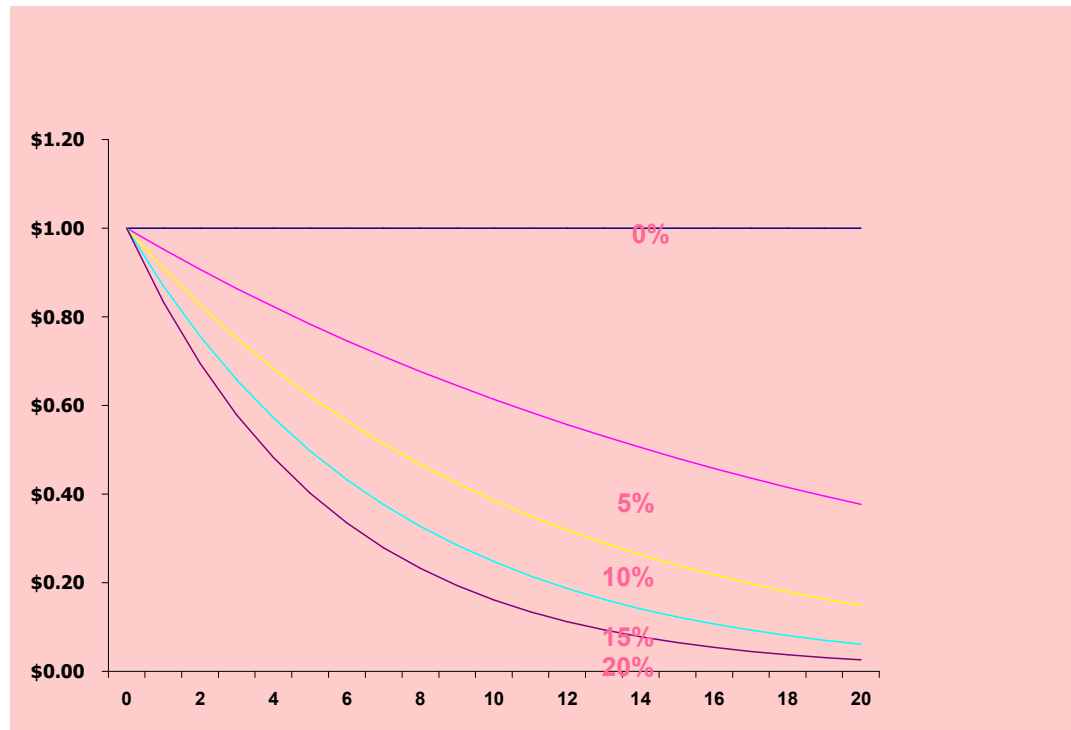
No mundo dos investimentos, ganhar é legal, mas perdas podem realmente doer. Vamos dizer que você invista \$100, que perca 10% no primeiro ano, mas no ano seguinte volte ganhando 10%. Empatado? Por quê?

4.2.4 A Relação Entre Descontar, Tempo e Taxas de Juros

A **Figura 4.3** mostra o valor presente de \$1 sob várias diferentes taxas de desconto e para vários períodos diferentes. O VP de \$1 a ser recebido no futuro claramente diminui quanto maior for a taxa de desconto e quanto maior o período. Para taxas de juros baixas, valores presentes caem menos rapidamente do que para altas taxas de desconto. Isto é, o castigo devido a esperar é menor a juros ou uma taxa de desconto baixa.

Figura 4.3

O Valor Futuro de \$1 para Diferentes Períodos e Taxas de Juros



Como a **Figura 4.3** ilustra no momento que atingirmos 20 anos, os valores presentes são substancialmente menores que os seus valores futuros. Isto é especialmente verdadeiro a taxas de juros altas. O valor presente de \$1 daqui a 20 anos descontado a 20 por cento é somente \$0,03. Claramente existe uma relação inversa entre os valores presentes e a taxa de juros.

TESTE Rápido

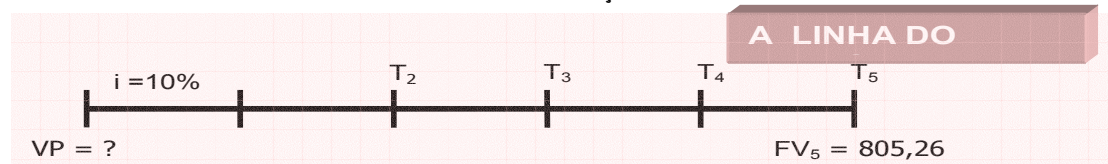
Qual é a relação entre valor presente e a taxa de juros?
Qual é a relação entre valor presente e tempo? Explique

Exercícios

1 - Valor Presente e Avaliação

Suponha que lhe seja oferecido uma oportunidade de investimento que pagará \$805,26 daqui cinco anos. Você pesquisou investimentos alternativos e determinou que uma taxa de retorno apropriada sobre investimentos de risco similares é 10 por cento. Neste caso 10% é referida como o **custo de oportunidade**, ou a taxa de retorno que você deveria ganhar em investimentos similares. Você pagaria quanto por aquele investimento?

Solução



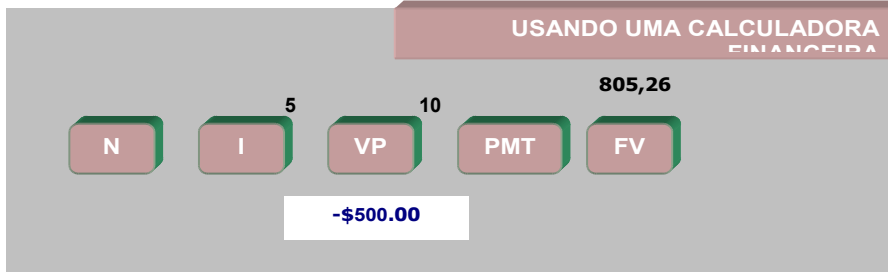
Usando nossa fórmula de valor presente para encontrar VP, encontramos:

$$VP = 805.26 \left[\frac{1}{(1 + .10)^5} \right] = 805.26 \times .62092 = \$500$$

ou,

$$VP = \$100 / (1 + 0.10)^5 = \$500$$

Ou, usando a calculadora financeira, entramos com $N = 5$, $I = 10\%$, $PMT = 0$, e $FV = \$805,26$ e encontramos VP:



O que prejudica menos: inflação de 50% ou uma queda de 50% no valor de sua carteira? Responda por meio de um exemplo

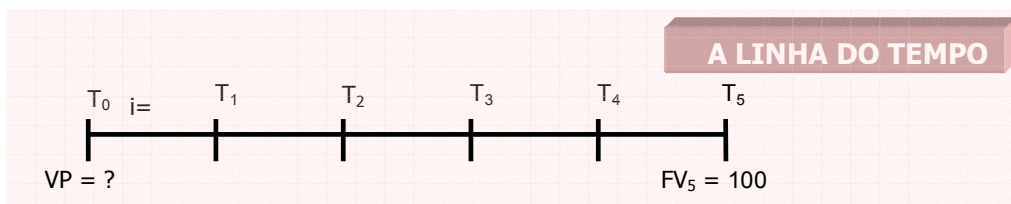
O valor presente de \$500 significa que neste investimento se você aplicar \$500 e receber \$805,26 cinco anos mais tarde, você ganhará exatamente um retorno anual de 10 por cento. Como uma regra geral, o valor presente de um fluxo de caixa futuro é igual à quantia que investida à taxa de desconto, crescerá exatamente para o valor futuro. Descontando ao custo de oportunidade, (neste caso 10 por cento), estamos determinando o valor ou preço que ganharíamos àquela taxa de retorno.

2 - Quando um Presente de \$100 Não É Realmente \$100.

É o aniversário de dez anos de seu irmão, e ele recebeu um *savings bonus* de \$100 a vencer daqui a cinco anos. Este tipo de obrigação não paga nada até a data do seu vencimento. Somando-se a isto ele foi “enganado” no dia do seu aniversário, estava escrito o valor de \$100 para este bônus. Quanto ele realmente vale, se a taxa de desconto é 8% ao ano e o bônus não vence até chegar o quinto ano? Como você poderia explicar o erro para o seu irmão, de modo que ele entendesse?

Solução

Estamos procurando o valor presente de \$100 a ser recebido daqui cinco anos à taxa de desconto de 8% ao ano. Usando nossa fórmula de valor presente:



$$VP = \$100 / (1 + .08)^5 = \$68.06$$

Os *savings bonus* valem somente \$68,06. Explicar a resposta ao seu irmão é uma missão dura. Provavelmente a melhor maneira de se fazer isto é usar a idéia de valor futuro ao invés daquela de valor presente. Você poderia explicar a ele que o seu *savings bonus* de \$100 vale somente \$68 porque tudo o que ele tem de fazer para obter \$100 daqui a cinco anos é colocar \$68 numa conta de poupança pagando juro de 8% ao ano.

4.3 Encontrando a Taxa de Juros e o Número de Períodos

Por enquanto você deverá reconhecer a relação entre descontar e compor. Começamos o capítulo com uma fórmula para composição de fluxos de caixa para calcular VF:

$$VF_n = VP \times (1 + i)^n \quad 4.5$$

Encontrando VP desenvolvemos uma fórmula para descontar os fluxos de caixa futuros para os valores presentes:

$$VP = \frac{FV_n}{(1 + i)^n} = FV_n \left[\frac{1}{(1 + i)} \right]^n = FV_n \times PVIF_{(i\%,n)} \quad 4.6$$

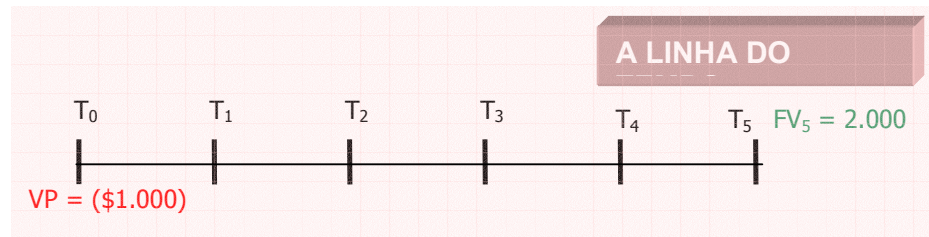
Embora a fórmula (4.6) para o VP possa parecer ser muito diferente da fórmula (4.5) de VF, na verdade é a mesma fórmula – simplesmente encontramos VP em vez de VF. Existem 4 variáveis básicas nas nossas fórmulas acima - **n**, **i**, **VP** e **FV** – conhecendo-se três delas podemos facilmente encontrar a componente desconhecida. Até aqui em todos os nossos exemplos temos dado uma taxa de juros, **i**, um período de tempo, **n**, e, ou um FV, ou um VP. Temos tomado a informação de ou compor para descobrir um **VF** ou descontar para determinar um **VP**. Entretanto, existem muitos casos, quando precisamos encontrar uma taxa de juros desconhecida, **i**, ou período de tempo, **n**.

TESTE Rápido 

Qual é a relação entre Valor Presente e Valor Futuro? O que significa custo de oportunidade?

4.3.1 Encontrando uma Taxa de Juro Desconhecida (i)

Suponha que um investimento promete dobrar seu \$1000 investimento em 5 anos. Qual é o retorno sobre este investimento? A linha de tempo para este investimento pareceria como o que segue:



Note que conhecemos **VP**, **FV**, e **n** mas queremos encontrar **i**.

A Regra do 72

A **Regra do 72** estabelece que o tempo que leva para dobrar seu dinheiro é aproximadamente igual a $72 \div i\%$. Embora isto não seja uma fórmula precisa ela pode fornecer uma estimativa rápida:

Para o nosso exemplo, isto significa que $72/i\% = 5$ anos. Encontrando $i\%$ obtemos, $i\% = 72/5$ ou 14,4%. Se quisermos dobrar o nosso dinheiro em 4 anos teríamos de ganhar uma taxa de retorno de $72/4$ ou 18% etc.

$$\text{Tempo para Dobrar o seu Dinheiro} = \frac{72}{i\%}$$

Uma Fórmula

Como mencionado anteriormente, se conhecemos o valor de três variáveis na nossa fórmula FV ou VP, podemos encontrar a quarta. Re-examinando nosso exemplo acima na fórmula 4.5 temos:

$$\begin{aligned} FV_n &= VP \times (1+i)^n \\ \$2.000 &= \$1.000 \times (1+i)^5 \\ (1+i)^5 &= 2.000/1.000 = 2,0 \end{aligned}$$

Agora precisamos encontrar i , lembrando de alguma álgebra básica, obtemos:

$$\begin{aligned} (1+i) &= (2,0)^{1/5} \\ i &= (2,0)^{.20} - 1 = ,1487 \text{ ou } 14,87\% \end{aligned}$$

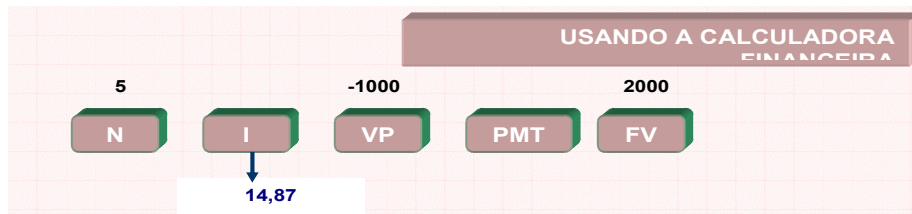
Como calcular $(2,0)^{.20}$ na sua calculadora. Novamente é simples pois você tem a tecla “ y^x ”. Entre com **2**, a seguir pressione **enter**, depois entre com **.20** e pressione “ y^x ”. Sua calculadora deverá apresentar **1,1487**, subtraia **1** e você terá **0,1487** ou **14,87%**. Compare isto a nossa estimativa de 14,4% usando a Regra do 72. Embora a regra forneça uma estimativa razoavelmente próxima lembre-se que ela é apenas uma estimativa. A taxa que devemos ganhar para dobrar o nosso dinheiro em cinco anos é 14,87 por cento.

Para aqueles inclinados em memorizar, a fórmula geral para encontrar uma taxa de juros desconhecida pode ser escrita como:

$$i = \left(\frac{FV}{PV} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \quad 4.7$$

Usando uma Calculadora Financeira.

Como você certamente descobriu quando usando a calculadora financeira simplesmente entramos com as variáveis que conhecemos e encontramos aquela que precisamos. Para o exemplo acima entre com $n=5$, $VP = -1000$, $FV = 2000$ e encontre i .



Usando Planilhas

Para calcular a taxa de juros exigida para dobrar \$1000 em cinco anos poderemos montar nossa planilha como segue:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taxa de Juros						
2	Tempo	0	1	2	3	4	5
3	Valor Presente	-1000					
4	Valor Futuro						2000
5	Taxa de Juros	?					
6							

Podemos também usar a função **TAXA** no Excel. Clique sobre o assistente (*wizard*) de função, (f_x), ou vá para **inserir** na barra de tarefas e clique **função** para inserir uma nova função. Usando este método, você abrirá um menu *drop down* – clique em **financeiras** para ver as funções financeiras e encontre a função **TAXA** para calcular a taxa de juros que falta.

Uma vez aberta a caixa de diálogo da função **TAXA** ela estimulará você a preencher os argumentos da equação. Para **Nper** entre com o número de períodos, neste caso 5 ou célula **G2**. Por enquanto ignore **Pgto** que é a célula dos pagamentos, se você quiser, você pode entrar com 0 que é o *default* no Excel. Usaremos esta tecla pagamento nos capítulos futuros. Para **VP** entrar na célula **B3** com -\$1000. Para **FV** referenciamos o valor futuro na célula **G5** que é \$2.000. Novamente **Tipo** está vinculado a tecla **Pgto** e podemos ignorá-la por enquanto. O resultado aparecerá na célula **B6**.

Argumentos da Função

TAXA

Nper	G2	= 5
Pgto	0	= 0
VP	B3	=-1000
FV	G4	= 2000
Tipo	0	= 0

Resultado da Função = 0.1487

Exercícios

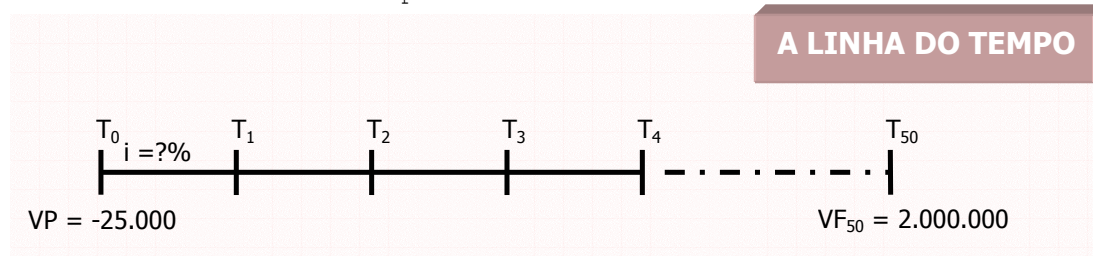
1 - Poupar para a Aposentadoria



Você acabou de herdar \$25.000 do seu querido tio Bessie e decidiu, ao invés de gastar o dinheiro num carro novo, economizar para a sua aposentadoria. Você planeja se aposentar daqui a 50 anos e acredita que poderia viver confortavelmente se você tivesse \$2.000.000. Qual é a *taxa de retorno* que você teria que ganhar para atingir esta meta?

Solução

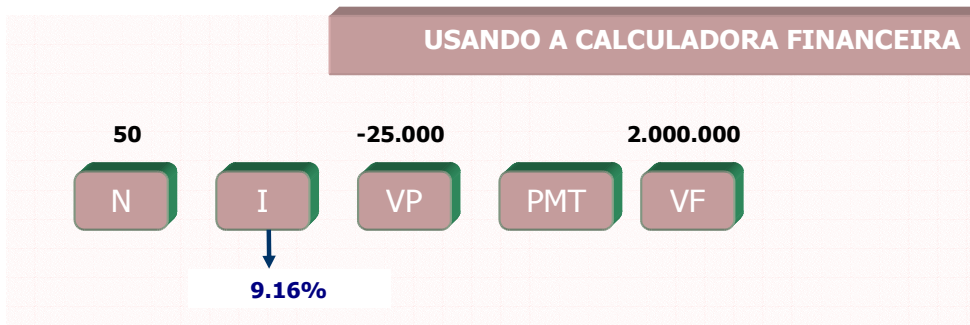
Neste caso o valor futuro é \$2.000.000. O valor presente é \$25.000 e existem 50 anos até você aposentar:



Usando nossa fórmula:

$$i = (2.000.000 / 25.000)^{(1/50)} - 1 = (80)^{(0,02)} - 1 = 0.09160 \text{ ou } 9,16\%$$

Ou usando a calculadora financeira:



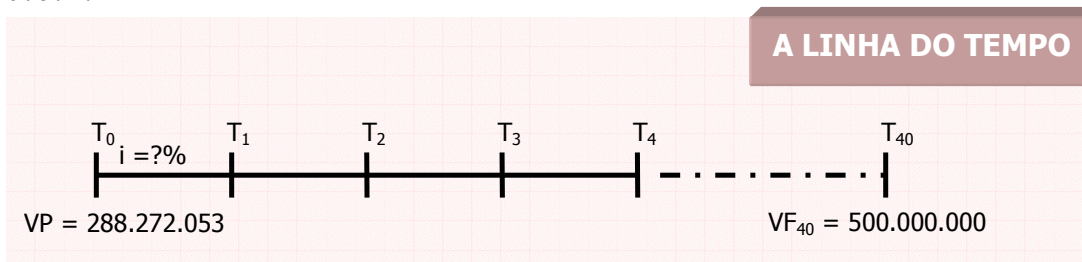
Se quisermos que os \$25.000 aumentem para \$2.000.000 em 50 anos precisamos encontrar uma conta pagando 9,16% de juro.

2 – O Crescimento Populacional

Suponha que os cientistas estão prevendo que a população dos U.S.A. chegará a 500.000.000 daqui a 40 anos. Se a população atual dos U.S.A. é 288.272.053 qual a taxa de crescimento que os cientistas estão prevendo?

Solução

Neste exemplo o **VP** é 288.272.053. O **VF** é 500.000.000 e **n** é igual a 40. Agora podemos encontrar "i" que neste caso não é a taxa de juros que o dinheiro cresce, mas a taxa de crescimento composta da população dos U.S.A.



Encontrando i:

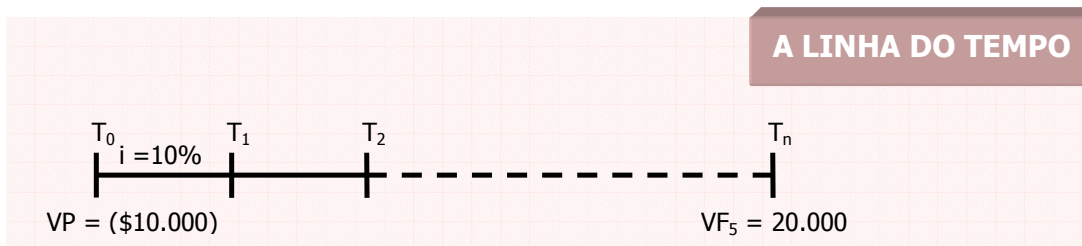
$$i = (500.000.000 / 288.272.053)^{(1/40)} - 1 = 0,01386 \text{ ou } 1,386\%$$

Para a população dos U.S.A. atingir meio bilhão, em 40 anos, ela precisaria crescer a uma taxa composta de 1,386% ao ano.

TESTE Rápido Se você conhece **VP**, **VF** e **n**, escreva a equação que pode ser usada para encontrar a taxa de juros, **i**.

4.3.2 Encontrando o Número de Períodos (n)

Suponha você tem atualmente \$10.000 para investir. Você pode ganhar 10% sobre o seu dinheiro, e gostaria de saber quanto tempo levará para dobrar seu dinheiro para \$20.000. A linha de tempo para este investimento se pareceria como segue:



Neste exemplo conhecemos **VP**, **VF**, e **i**, mas queremos encontrar **n**. Desde que conhecemos três das variáveis das nossas equações de valor presente e de valor futuro, podemos agora encontrar a quarta.

Enquanto este tipo de problemas é menos comum do que outros problemas de valor do dinheiro no tempo que temos calculado até aqui, examinaremos vários métodos para se encontrar períodos desconhecidos (**n**).

A Regra do 72

Como discutimos anteriormente, a regra do 72 estabelece que o número de anos que leva para o nosso dinheiro dobrar é aproximadamente igual a 72 dividido pela taxa de juros ($72 \div i\%$). No nosso exemplo acima levariam $72 \div 10\% = 7,2$ anos para o nosso dinheiro crescer de \$10.000 para \$20.000 a uma taxa de juros de 10 por cento.

A regra do 72 fornece a boa aproximação razoável taxa de juros, mas ela não é uma medida precisa. Para medir **n** mais precisamente precisamos investigar vários cálculos alternativos.

Uma Fórmula

Começaremos novamente com nossa equação 4.5 do valor futuro. Entrando com o valor das três variáveis que conhecemos:

$$VF_n = VP \times (1 + i)^n$$

$$\$20.000 = \$10.000 \times (1 + 0,10)^n$$

$$(1 + 0,10)^n = 20.000/10.000 = 2,0$$

Como encontramos **n**? Utilizando alguma álgebra básica você deverá aplicar **ln** em ambos os lados já que a incógnita está no expoente.

$$n \cdot \ln(1 + 0,10) = \ln 2,0 \Rightarrow n = (\ln 2,0)/(\ln 1,10) = 7,27 \text{ anos}$$

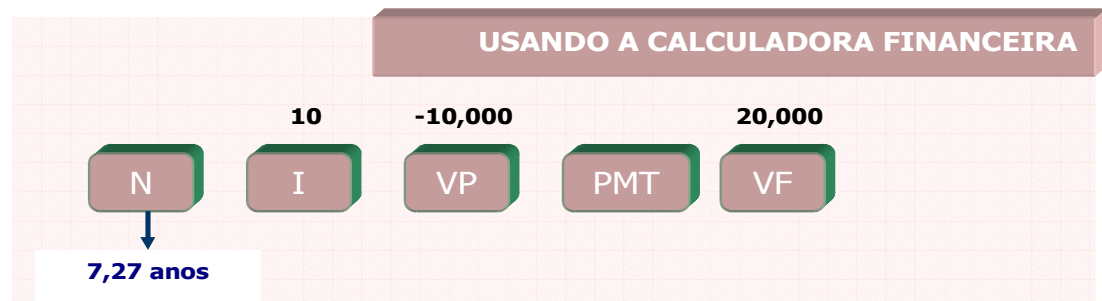
Levam 7,27 anos para você dobrar o seu dinheiro a uma 10 por cento taxa de juros. Usando a Regra do 72 calculamos **n** como 7,20 anos, assim você pode ver que a regra fornece uma estimativa razoavelmente precisa para uma taxa de juros de 10 por cento.

Mais uma vez, para aqueles inclinados em memorizar fórmulas, a fórmula geral para se encontrar períodos de tempo desconhecidos pode ser escrita como:

$$n = \ln(VF/VP) \div \ln(1 + i) \quad 4.8$$

Usando a Calculadora Financeira

De novo, entramos com as variáveis conhecidas e encontramos o que não conhecemos. Para encontrar **n** no nosso exemplo acima entre com **i** = 10%, **VP** = -10.000, **VF** = 20.000 e encontrar **n**.



Dicas de Estudo

Iniciando com :

$$(1 + 0,10)^n = \frac{20.000}{10.000} = 2,0$$

podemos encontrar **n** utilizando a função **ln** como segue:

$$\ln(1,10)^n = \ln(2,0)$$

$$n \ln(1,10) = \ln(2,0)$$

$$n = \frac{\ln(2,0)}{\ln(1,10)}$$

mais genericamente,

$$n = \frac{\ln\left(\frac{FV}{PV}\right)}{\ln(1 + i)}$$

Usando Planilhas

Para calcular o número de anos que você levaria para \$10.000 crescer até \$20.000 a uma taxa de juros de 10% poderíamos montar nossa planilha como segue:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taxa de Juros	.10					
2	Tempo	0	1	2	3	4...	...n
3	Valor Presente	-10.000					
4	Valor Futuro						20.000
5	n	7.27					
6							

Podemos também usar a função **NPER** no Excel. Clique no assistente (wizard) de função, (f_x), ou vá para **inserir** na barra de tarefas e clique **função** para inserir uma nova função. Ache a função **NPER** que calcula o número de períodos que faltam.

Uma vez aberta, a caixa de diálogo da função **NPER** convidará você a preencher os argumentos da equação. Para **Taxa** entre com a taxa de juros, neste caso **0,10** ou célula B1. Novamente ignore **Pgto** que é a célula pagamento, se você quiser, você pode entrar com 0 que é o default no Excel. Para **VP** entre com a célula B3 ou -\$10,000. Para **VF** referenciamos o valor presente na célula G5 que é \$20.000. Novamente **Tipo** está vinculado a **Pgto** tecla e podemos ignorá-lo por enquanto. O resultado aparecerá na célula B5.

Argumentos da Função

NPER

Taxa	<input type="text" value="B1"/>	= 0,10
Pgto	<input type="text" value="0"/>	= 0
VP	<input type="text" value="B3"/>	= -10.000
VF	<input type="text" value="G4"/>	= 20.000
Tipo	<input type="text" value="0"/>	= 0

Resultado da Função =7,27

TESTE

Rápido



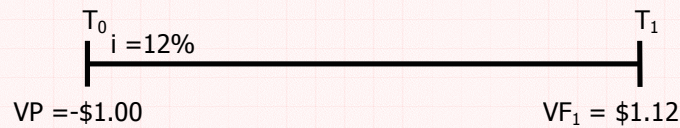
Se você conhece VP, VF e i, escreva a equação que pode ser usada para encontrar o número de períodos

4.4 – A Frequência da Composição

Até agora cada problema deparado assumiu que o juro é composto uma vez por ano, ou anualmente, (mesmo se não tivéssemos dito isto explicitamente). Mas em muitas aplicações o juro é pago ou cobrado em incrementos não anuais. Por exemplo, uma conta de poupança no seu banco pode pagar a você juros mensais; Você pode pagar juro mensal sobre o seu empréstimo de carro; Você pode pagar juro mensal sobre um empréstimo doméstico; obrigações (títulos de longo prazo) e certas ações fazem pagamentos semestralmente, (duas vezes ao ano), e trimestralmente (quatro vezes ao ano).

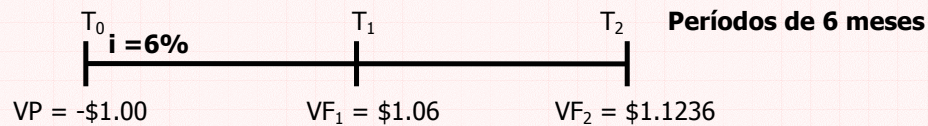
Se o investimento dá um retorno de 12% ao ano, ele paga 6% de juros a cada 6 meses. Este 6% a cada 6 meses é o mesmo que 12% pagos de uma vez só no ano? A resposta é **não**, e a razão disso é o juro composto. Se você investir \$1 por um ano a 12% composto anualmente, você terá \$1,1200 no final do ano, e ganhará \$0,1200 de juros. Assim,

A LINHA DO TEMPO



Mas se você investir \$1 a 12%, composto semestralmente, você receberá efetivamente 6% de juros a cada 6 meses, e seu valor futuro é equivalente a investir a 6% por dois períodos:

A LINHA DO TEMPO



$$\$1 \times (1,06)^2 = \$1,1236$$

Sob **composição semestral** ganhamos \$0,1236 de juros. Após os primeiros 6 meses você ganhou 6 centavos de juros simples. Após o segundo período de 6 meses você ganhou outros 6 centavos de juros simples, mas você também ganhou um retorno de 6% sobre aqueles 6 centavos de juros ganhos no primeiro período, ou seja 0,36 de centavos, de juros compostos (juro sobre juros).

Como você pode ver, um investimento rendendo 12% juro composto semestralmente é equivalente a um investimento pagando 12,36% anualmente. Como ganharíamos o mesmo investindo numa conta pagando juro de 12,36% composto anualmente, e numa conta pagando 12% composto semestralmente, deveríamos ser indiferentes entre as alternativas.

No exemplo acima 12% é a **taxa nominal** ou **taxa percentual anual - TPA** (ou em inglês, **APR**). Mas note que o retorno **real** foi de 12,36% ao ano, e ele também é chamado de **taxa efetiva anual - TAE** (ou em inglês, **EAR**) ou algumas vezes ainda de **rendimento percentual anual - RPA** (ou em inglês, **APY**). Como vimos, quando comparamos retornos ou taxa de juros é a **TAE** (ou **EAR**) que é importante e não a **APR**. Re-examinaremos as **APR**'s e as **EAR**'s com um pouco mais de detalhes, a seguir.

Taxa nominal i
(=APR em inglês)

Taxa efetiva $i_{efetiva}$
(=EAR em inglês)

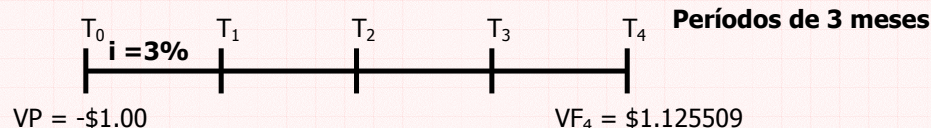
4.4.1 - Calculando a Taxa Efetiva Anual TAE (ou, em inglês, EAR)

Para melhor ilustrar a relação entre taxa percentual anual (APR) e taxa efetiva anual (EAR) re-examinaremos o impacto de alguns outros períodos de composição sobre uma APR de 12%a.a. discutido acima.

Composição Trimestral

Se uma taxa é cotada como 12%a.a., composta trimestralmente, o investimento realmente paga 3% ($12 \div 4 = 3\%$), a cada 3 meses:

A LINHA DO TEMPO

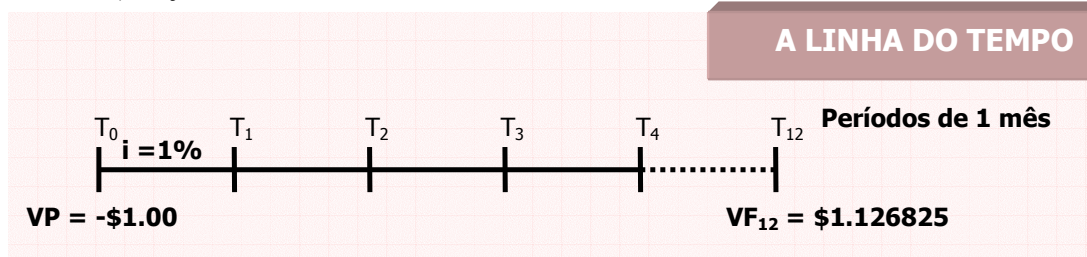


$$\$1 \times (1,03)^4 = \$1,125509$$

Com **composição trimestral** ganhamos **12,5509** centavos de juro. A cada trimestre você ganha 3 centavos de juros simples totalizando 12 centavos de juros simples no ano. No curso do ano você também ganha 0,5509 centavos de juro composto (juro sobre juro). Uma conta citando uma APR de 12%a.a. composta trimestralmente produz um retorno anual efetivo de 12,5509%.

Composição Mensal

Um investimento numa conta está pagando 12%a.a., composto mensalmente, renderá 1%, (12 ÷ 12 = 1%), de juro a cada mês.

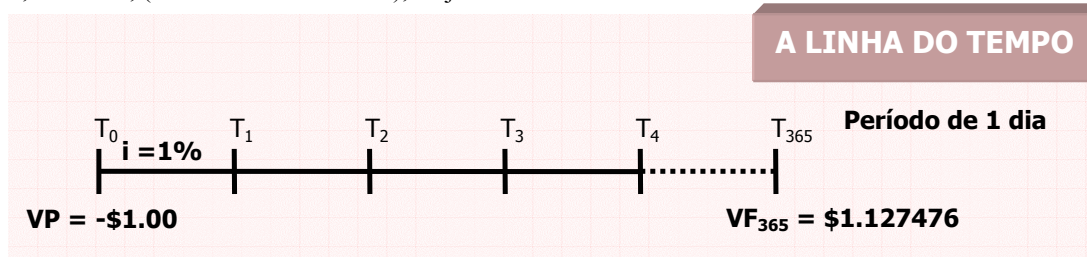


$$\$1 \times (1,01)^{12} = \$1.126825$$

Sob **composição mensal** ganhamos 12,6825 centavos de juros e o **retorno anual efetivo** EAR é 12.6825%.

Composição Diária

Um investimento numa conta que esteja pagando 12% a.a., composto diariamente, renderá 0,032877%, (12 ÷ 365 = 0.032877%), de juro cada mês.



$$\$1 \times (1,00032877)^{365} = \$1,127476$$

Sob **composição diária**, uma APR de 12%a.a. gera 12,7476 centavos de juros e o retorno anual efetivo EAR é 12,7476%.

A Fórmula do EAR

Você deve ter notado o quadro emergente dos cálculos acima. Usando a seguinte fórmula podemos calcular a EAR para qualquer APR e qualquer método de composição:

$$EAR = \left(1 + \frac{APR}{m} \right)^m - 1 \quad 4.9$$

Isso é muito importante e útil

Na **HP-12C** adotamos o seguinte truque:

$$EAR = 1 \cdot [1 + APR/m]^m - 1$$

Então,

f	FIN	f	6
1	CHS	PV	
APR/m		i	
m			i
1	-		
		FV	

Onde a **APR** é a taxa percentual anual e **m** é o número de períodos de composição por ano. Note que calculando a EAR primeiro ajustamos a APR à taxa periódica dividindo a **APR** pelo número de períodos de composição **m**, $(APR \div m)$. Em segundo lugar aumentamos o número de períodos de composição para **m**.

A Tabela 4.2 apresenta as taxas efetivas anuais correspondendo a uma taxa percentual anual de 6% ao ano para diferentes frequências de composição. Se a composição é feita uma vez por ano, então a taxa anual efetiva é a mesma que a taxa percentual anual. Quando a composição frequência aumenta, a taxa anual efetiva torna-se maior e maior, mas aproxima-se de um limite.

Fequência da Composição	m	EAR
Anualmente	1	6.00000%
Semestralmente	2	6.09000%
Trimestralmente	4	6.13614%
Mensalmente	12	6.16778%
Semanalmente	52	6.17998%
Diariamente	365	6.18313%
Por hora	8760	6.18363%
A cada segundo	31,536,000	6.18365%
Contínua	limite	6.18365%

Composição Contínua: o Limite

Realmente não há limite para composição. Temos examinado composição mensal e a composição diária, mas não deveremos ter juros compostos a cada hora, minuto ou segundo se escolhermos. A **Tabela 4.2** ilustra que os benefícios da composição diminuem quando aumentamos os períodos de composição. O impacto marginal da composição diminui quando o intervalo de tempo torna-se menor e menor.

Há um limite teórico para a composição. Quando **m** se tornar maior e maior, o intervalo entre períodos de composição tornar-se-á menor e menor:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{APR}{m} \right)^m = e^{APR} \quad 4.10$$

Onde **e** é o número 2,71828 (arredondado até a quinta casa decimal). Quando composição ocorre numa frequência em que **m** aumenta sem limites chamamos isto de **composição contínua**. Para uma APR de 6%a.a. composta continuamente, a maior EAR é $e^{0.06} = 1,0618365$ e resulta numa EAR = 0,0618365 ou 6,18365%.

TESTE Rápido 

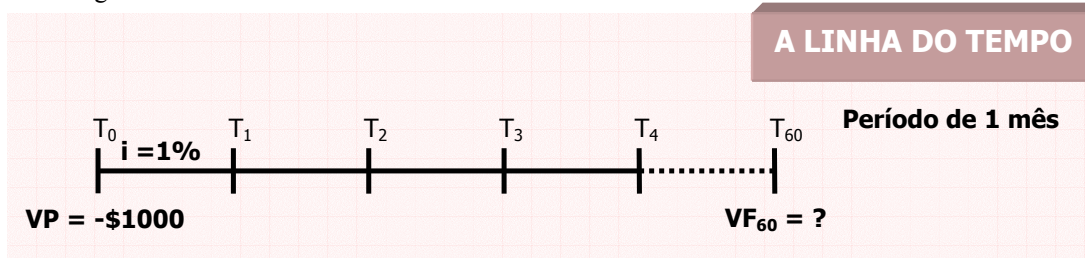
Se um banco publicou nos jornais uma conta pagando 10%, composto mensalmente. Qual é a APR? Qual é a EAR?

4.4.2 Ajustando o Valor do Dinheiro no Tempo - Problemas para Períodos de Composição Diferentes

Calcular valores futuros e valores presentes sob diferentes períodos de composição é relativamente fácil. Suponha que você queira investir \$1.000 numa conta pagando 12% a.a. de juro composto mensalmente. Qual é a valor futuro do seu investimento daqui 5 anos?

Valores Futuros

Nosso **VP** = \$1.000, **n** = 5 anos, **APR** = 12% e **m** = 12. Podemos diagramar este problema como segue:



Note que em vez de diagramarmos a linha de tempo em 5 anos, fizemos em 60 meses, ($m \times n$ ou $5 \times 12 = 60$), com uma taxa de juros periódica de 1%, ($APR \div m$ ou $12\% \div 12 = 1\%$). Em outras palavras investindo a 12%, composto mensalmente, por 5 anos é o mesmo que investir a 1% por 60 períodos. Para encontrar um valor futuro calculamos como segue:

$$VF_{60} = \$1.000 \times (1 + ,01)^{60} = \$1.816,697$$

O **VF** de \$1.000, investido a 12% a.a., composto mensalmente, é \$1.816,70. Para o mesmo investimento composto anualmente \$1.000 teria de crescer a apenas \$1.762,34:

$$VF_5 = \$1.000 \times (1 + ,12)^5 = \$1.762,34$$

A fórmula geral para composição sob diferentes taxas de composição pode ser escrita como:

$$VF_n = VP \times \left(1 + \frac{APR}{m} \right)^{m \times n} \quad 4.10$$

Como você pode ver da fórmula 4.10, calcular valores futuros sob diferentes períodos de composição requer apenas dois ajustamentos à nossa fórmula original de **VF**. Primeiramente ajustamos a taxa anual para uma taxa de juros periódica dividindo o **APR** por **m**, ($APR \div m$). Por exemplo, para composição mensal calculamos a taxa mensal dividindo **APR** por 12, para uma taxa diária dividida a **APR** por 365 etc.. Em segundo lugar, ajustamos os períodos de tempo de anos para o número total de períodos de composição, multiplicando **n** pelo número de períodos de composição, **m**, ($n \times m$). Para um investimento de cinco anos composto semanalmente temos 260 períodos, (**5 anos × 52 semanas por ano**).

Usando a calculadora financeira podemos calcular o valor futuro de \$1.000 investido por 5 anos, a 12% composto mensalmente. Para **N** entramos com o total número de períodos ($n \times m$) ou 60. Para **I** entramos com a taxa de juros periódica ($APR \div m$) ou 1 por cento. Em **VP** entramos -1000. Encontramos **VF**.



Na Planilha

Para calcular **VF**'s sob diferentes períodos de composição numa planilha precisamos somente modificar nossa aproximação ligeiramente. Primeiro entre com os dados como na linha de tempo mostrada abaixo.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taxa de Juros	.12					
2	m	12					
3	Tempo (anos)	0	1	2	3	4	5
4	Valor Presente	-1000					
5	VF						\$1816,697
6							

Para calcular usando a função **VF** do Excel, abra a caixa de diálogo como descrito anteriormente. Para **Taxa** entre com B1/B2 que referencia a nossa taxa de juros de $12\% \div 12$ ou 1% ao mês (0,01). Para **Nper** entre com G3*B2, (5×12), ou 60. Para **VP** nós referenciamos o valor presente na célula B3 que é -\$1.000.

Argumentos da Função

VF

Taxa	B1/B2	= 0.01
Nper	G3*B2	= 60
Pgto		=
VP	B3	= -1000
Tipo		= 0

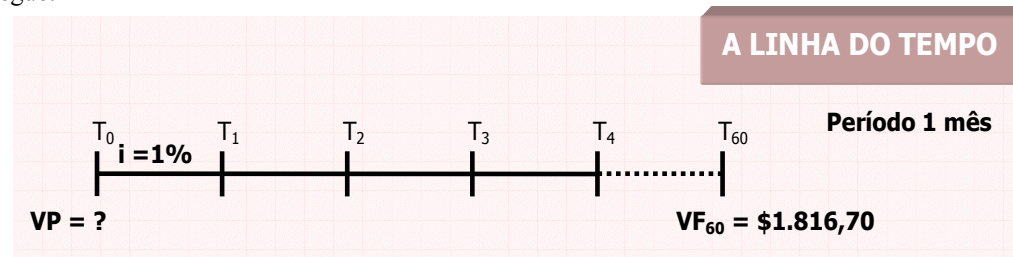
Resultado da Função = \$1.816,697

OK
Cancelar

Valores Presentes

Podemos usar uma aproximação similar para calcular valores presentes. Por exemplo, qual é o valor presente de \$1.816,70 a ser recebido daqui a 5 anos se a taxa de desconto apropriada é 12%a.a. composto mensalmente?

Nosso **VF** = \$1.816,70, **n** = 5 anos, **APR** = 12% e **m** = 12. Podemos diagramar este problema como segue:



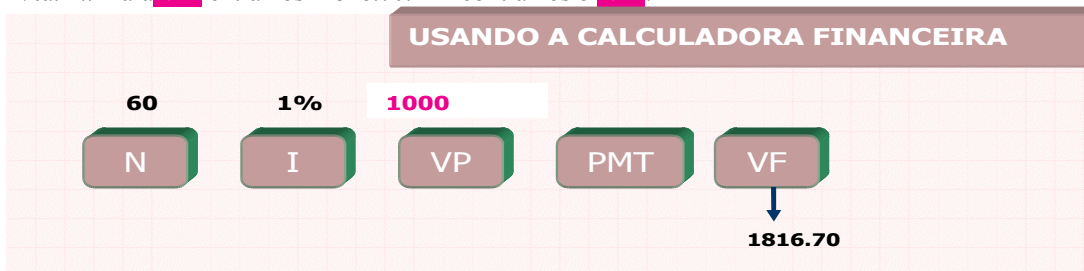
Novamente temos diagramado uma linha de tempo de 60 meses, ($m \times n$ ou $5 \times 12 = 60$), com uma taxa de juros periódica de 1%, ($APR \div m$ ou $12\% \div 12 = 1\%$). Podemos encontrar o **VP** como segue:

$$PV_{60} = \$1.816,70 \div (1 + ,01)^{60} = \$1.000$$

Assim, o **VP** de \$1.816,70, investido a 12%a.a., composto mensalmente, é \$1.000. A fórmula geral é:

$$VP = VF_n \div \left(1 + \frac{APR}{m} \right)^{m \times n} \quad 4.11$$

Usando a calculadora financeira podemos recalculer o valor futuro. Para **N** entramos com o total número de períodos ($n \times m$) ou 60. Para **I** entramos com a taxa de juros periódica ($APR \div m$) ou 1%a.m.. Para **VF** entramos -1816.70. Encontramos o **VP**.



TÉSTE Rápido → Como alteramos as fórmulas de VP e VF quando o juro é composto trimestralmente ao invés de anualmente

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

4.5 -- DESCONTO COMPOSTO

O *desconto simples*, racional ou comercial são aplicados somente aos títulos de curto prazo, geralmente inferiores a 1 ano.

Quando os vencimentos têm prazos longos, não é conveniente transacionar com esses tipos de descontos, porque podem conduzir a resultados que ferem o bom senso. Observe o

EXEMPLO

Calcular o desconto comercial de um título de R\$ 100.000,00 com resgate para 5 anos, à taxa de desconto de 36% ao ano.

SOLUÇÃO

Fórmula: $d = N i n$

$N = R\$ 100.000,00$ $i = 36\% \text{ a.a.} = 0,36 \text{ a.a.}$ $n = 5 \text{ anos}$

$d = 100.000 \cdot 0,36 \cdot 5 = 180.000$

Como vemos, o valor do desconto é superior ao valor nominal do título, o que é um absurdo!!!

É por esse motivo que, em casos como o apresentado, adotamos o regime de regime de juros compostos, que jamais darão resultados desse tipo.

Como no desconto simples, temos duas formas de desconto composto, o **desconto comercial**, bancário composto ou por fora e o **desconto racional** ou por dentro.

4.5.1 - DESCONTO COMERCIAL, BANCÁRIO COMPOSTO OU POR FORA

Como o desconto comercial simples, o desconto comercial composto é calculado sobre o **valor nominal** do título. O **valor atual** é obtido por meio de uma sucessão de descontos sobre o valor nominal, isto é, sobre o valor expresso ou de face do título. Assim,

Instante n : valor do título é **N**

Instante $n - 1$ (ou 1 período anterior): valor do título era $N - iN = N(1 - i)$

Instante $n - 2$: valor do título era $[(N - iN) - i(N - iN)] = (N - iN)[1 - i] = N(1 - i)[1 - i] = N(1 - i)^2$

e, assim sucessivamente, n períodos antes do vencimento o valor do título será:

$$A = N(1 - i)^n$$

O desconto comercial é a diferença entre o valor **nominal** do título e o seu valor **atual**. Assim, $d = N - A = N - N(1 - i)^n = N[1 - (1 - i)^n]$

$$d = N - A = N - N(1 - i)^n = N[1 - (1 - i)^n]$$

EXERCÍCIOS

- Calcular o valor atual de um título de R\$ 20.000,00 descontado um ano antes do vencimento à taxa de desconto bancário composto de 5% ao trimestre, capitalizável trimestralmente.

SOLUÇÃO

$A = ?$ $N = R\$ 20.000,00$ $i = 5\% \text{ a.t.} = 0,05 \text{ a.t.}$ $n = 1 \text{ ano} = 4$ trimestres

$A = N(1 - i)^n = 20.000(1 - 0,05)^4 = 20.000 \cdot 0,814506 = 16.290,13$

Pela HP-12C

```
f FIN f 2
20000 CHS PV
5 CHS i
4 n
FV
```

As calculadoras financeiras foram programadas para cálculo de juros compostos ou desconto **racional** composto. Para utilizarmos as calculadoras financeiras em desconto **bancário** composto é necessário observarmos os seguintes passos:

- Na tecla "**FV**" é digitado o valor presente, ou seja o valor líquido recebido.
- Na tecla "**PV**" digita-se o valor nominal ou valor futuro do título.
- A taxa de juros deverá ser informada com sinal negativo.
- Os demais títulos são normais.

Com o comando **FV**, a calculadora fornecerá o resultado.

} Troca Tudo

Pela **Planilha Excel**

A1	N = 20000
B1	i = 0,05
C1	4
D1	= A1 * POTÊNCIA (1 - B1; C1)

2. Qual é o valor nominal de um título que foi resgatado 1 ano antes de seu vencimento por R\$ 16.290,13, à taxa de desconto bancário composto de 5% ao trimestre, capitalizados trimestralmente?

SOLUÇÃO

A = R\$ 16.290,13 N = ? i = 5% a.t. n = 1 ano = 4 trimestres

Pela fórmula, temos:

$$N = \frac{A}{(1-i)^n} = \frac{16.290,13}{(1-0,05)^4} = \frac{16.29,13}{0,814506} = 20.000,01$$

Pela **HP-12C**

```
f FIN f 2
16290,13 CHS FV
4 n
5 CHS i
PV
```

Pela **Planilha Excel**

A	B	C	D	E
20000	0,05	4	=A1*POTÊNCIA(1-B1;C1)	=D1/POTÊNCIA(1-B1;C1)

3. Calcular o valor do desconto bancário composto de um título de R\$ 20.000,00, 1 ano antes do vencimento à taxa de 5% ao trimestre, capitalizável trimestralmente.

SOLUÇÃO

N = R\$ 20.000,00 d = ? i = 5% a.t. n = 4 trimestres

Pela fórmula temos:

$$d = N [1 - (1 - i)^n] = 20000 [1 - (1 - 0,05)^4] = 20000 \cdot 0,185494 =$$

3.709,88

Pela **HP-12C**

```
f FIN f 2
20000 CHS PV
5 CHS i
4 n
FV CHS
RCL PV CHS
+
```

Com o comando FV, a calculadora financeira nos fornecerá o valor líquido, o valor de resgate do título. Com a seqüência das teclas RCL PV estaremos recuperando o valor arquivado no registro PV e, fazendo a soma, teremos a diferença entre o valor nominal (valor futuro) e o valor atual (valor líquido de resgate). O valor negativo é obtido porque informamos o valor nominal que é o maior como negativo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- Calcular a taxa de desconto bancário composto de um título de R\$ 20.000,00, descontado 4 meses antes do vencimento, recebendo líquido o valor de R\$ 16.290,13. **Resp: 5%**
- Um título de R\$ 20.000,00 foi descontado num banco, pelo desconto bancário composto, à taxa de 5% a.m., sendo creditada, na conta do cliente, a importância de R\$ 16.290,13. Quanto tempo antes do vencimento foi descontado este título? **Resp: 4 meses**

4.5.2 - DESCONTO RACIONAL COMPOSTO OU POR DENTRO

O valor do desconto é calculado sobre o **valor atual**, como também o é em desconto racional simples, divergindo apenas por agora considerarmos uma capitalização, ou seja, usarmos potenciação como em capitalização composta.

O **valor nominal** é o valor que consta no título e é dado por:

$$N' = A'(1 + i)^n$$

O **valor atual** é o valor de resgate, valor presente ou valor líquido de um título descontado antes do seu vencimento. É dado por:

$$A' = \frac{N}{(1 + i)^n}$$

O desconto racional é a diferença entre o valor nominal e o valor atual de um título que foi saldado antes do seu vencimento

$$d' = N' - A'$$

$$d' = N \left[1 - \frac{1}{(1 + i)^n} \right]$$

EXERCÍCIOS

1. Qual é o valor do título que, descontado 3 meses antes de seu vencimento, a uma taxa de 10% a.m., capitalizável mensalmente, determinou um valor de resgate de R\$ 12.400,00?

Solução

$$A' = 12.400,00 \quad N' = ? \quad i = 10\% \text{ a.m.} \quad n = 3 \text{ meses}$$

$$N' = A' (1 + i)^n = 12.400 \cdot (1 + 0,1)^3 = 12.400 \cdot 1,331000 = \mathbf{16.504,40}$$

```
f FIN f 2
12400 CHS PV
3 n
10 i
FV
```

A é armazenado em **PV**

i não troca de sinal.

É como se fossem juros compostos !!!!

2. Qual o valor de resgate de um título de R\$ 16.504,40 vencível daqui a 9 meses, à taxa efetiva de desconto racional composto de 46,41% a.a. capitalizável trimestralmente?

Solução

$$N' = 16.504,40 \quad A' = ? \quad i = 46,41\% \text{ a.a.} \quad n = 9 \text{ meses} = 3 \text{ trimestres}$$

Precisamos primeiro estabelecer a equivalência de taxas. Assim

$$A' (1 + 0,4641) = A' (1 + i)^4 \dots \text{os valores futuros devem ser iguais.}$$

$$(1 + 0,4641) = (1 + i)^4 \Rightarrow 1 + i = (1,4641)^{1/4} \Rightarrow i = 1,10000 - 1 = 0,1 \text{ a.t.}$$

Sabendo todos os dados, podemos, agora, calcular o valor que o título foi descontado antes do vencimento.

$$A' = N' / (1 + i)^n = 16.504,40 / (1 + 0,1)^3 = 16.504,40 / 1,331000 = \mathbf{12.400,00}$$

Pela HP-12C, temos

```
f FIN f 6
100 CHS PV
146.41 FV
4 n
i
```

Cálculo da Taxa

```
f FIN f 2
16504,40 CHS FV
3 n
10 i
PV
```

Cálculo de A'

3. Determinar o valor do desconto racional composto de um título de R\$ 16.504,40, descontado 9 meses antes do seu vencimento à taxa efetiva de desconto racional composto de 46,41% a.a., capitalizável trimestralmente.

SOLUÇÃO

$N' = R\$16.504,40$ $d' = ?$ $i = 46,415$ a.a. $n = 3$ trimestres

Do exercício anterior temos que a taxa efetiva é de 10% a.t.. Pela fórmula temos:

$$d' = N' [1 - (1 + i)^{-n}] = 16.504,40 [1 - (1 + 0,1)^{-3}] = 16.504,40 [1 - 0,751315] =$$

$$16.504,40 \cdot 0,248685 = \mathbf{4.104,40}$$

Pela HP-12C

```
f FIN f 2
16504,40 FV
3 n
10 i
PV
RCL FV
+
```

Aqui a calculadora calcula o d' (desconto racional composto)

RESUMO DO CAPÍTULO 4

Introduzimos várias ferramentas importantes de avaliação neste capítulo. Estas ferramentas serão usadas através do restante do curso:

- **Compor** (ou capitalizar) é o processo de ir do **valor presente (VP)** ao **valor futuro (VF)**. O valor futuro de \$1, ganhando juro a taxa **i** por período, para **n** períodos é:

$$VF_n = VP \times (1 + i)^n$$

- **Descontar** é encontrar o valor presente de alguma quantia futura. O valor presente de \$1 descontado a taxa de **i** por período para **n** períodos é:

$$VP = VF_n / (1 + i)^n$$

- Se conhecermos três quaisquer das quatro variáveis **VP**, **VF**, **n**, **i** podemos encontrar a quarta variável desconhecida.

Conceitos de Revisão

1. Defina os seguintes termos:
 - a. juros simples.
 - b. juros compostos.
 - c. valor presente líquido.
 - d. composição ou capitalização.
 - e. descontar.
 - f. taxa porcentual anual TPA ou APR.
 - g. taxa anual efetiva TAE ou EAR.
 - h. custo de oportunidade.
2. **(Juro Composto)** Comente a seguinte afirmação: “Um investimento que dobra em 10 anos resulta num retorno total de 100% mais um retorno anual de menos que 10 percento.”
3. **(APR vs. EAR)** Como você poderia comparar dois investimentos com diferentes APR's e diferentes períodos de composição?
4. **(Valor Presente)** O valor presente de um caixa futuro positivamente ou negativamente relacionado à taxa de desconto. Explique?
5. **(Juro Composto e Simples)** O que significa juros compostos? Como os juros compostos são diferentes dos juros simples?
6. **(VPL)** Qual é a relação entre VPL e a taxa de desconto ou custo de oportunidade? Por exemplo, se aumentarmos o custo de oportunidade de capital o VPL aumenta ou diminui? Por que?
7. **(Valor Presente)** Explique, brevemente, porque um investimento prometendo \$10.000 daqui a dois anos, não vale \$10.000 hoje?
8. **(Regra do 72)** Qual é a regra of 72? De acordo com a a Regra do 72 quanto tempo levaria para dobrar seu dinheiro se você pode ganhar 14% ao ano?
9. **(Juro Composto)** Comente a seguinte afirmação: “O impacto dos juros compostos sobre os valores futuros é somente importante para prazo investimentos muito longos” .
10. **(TIR)** Assumindo que os fluxos de caixa futuros são todos positivos, explique por que um investimento com uma TIR menor do que o custo de oportunidade de capital deve ter um VPL negativo.

Questões e Problemas

1. **(Valores Futuros)** Para a tabela abaixo use as três variáveis dadas para calcular os valores futuros faltantes:

N	I	VP	VF
25	7%	\$2,533	?
15	9%	\$32,190	?
8	21%	\$15,798	?
2	4%	\$125,000	?

2. **(Valores Presentes)** Para a tabela abaixo use as três variáveis dadas para calcular os valores presentes faltantes:

N	I	VP	VF
3	17%	?	\$123,321
9	6%	?	\$12,980
25	14.3%	?	\$23,000,000
12	2.5%	?	\$650

3. **(Encontrando Taxas de Juros)** Para a tabela abaixo use as três variáveis dadas para calcular os valores presentes faltantes:

N	I	VP	VF
3	?	\$101,544	\$123,321
9	?	\$7,500	\$12,980
25	?	\$7,000,000	\$23,000,000
12	?	\$1,000	\$650

4. **(Encontrando Períodos)** Para a tabela abaixo use as três variáveis dadas para calcular os valores presentes faltantes:

N	I	VP	VF
?	10%	\$4,000	\$8,000
?	5.5%	\$7,500	\$12,980
?	10%	\$60	\$300
?	-2.5%	\$1,000	\$650

5. **(Valores Futuros)** Se você investir \$1.000 hoje a uma taxa de juros de 10% ao ano, quanto você terá 20 anos depois, assumindo nenhuma retirada no interim?

6. **(Valores Presentes)** Qual é a valor presente dos seguintes fluxos de caixa, a uma taxa de juros de 10% ao ano?

- \$100 recebidos cinco anos depois.
- \$100 recebidos 60 anos depois.

7. **(Valores Futuros)** Você acabou de receber um presente de \$500 da sua avó e está pensando economizar este dinheiro para cursar a graduação na faculdade, que será daqui a quatro anos. Você tem de escolher entre o Banco A, que está pagando 7% por depósitos de um ano, e o Banco B, que está pagando 6% sobre depósitos de um ano. Cada banco compõe os juros anualmente.

- Qual é a valor futuro da sua economia daqui a um ano se você economizar o seu dinheiro no Banco A? E no Banco B? Qual é a melhor decisão?
- Que decisão de economizar a maioria dos indivíduos tomarão? Qual reação provavelmente terá o Banco B?

8. **(Regra do 72)** Sua cliente acabou de dar um bônus de \$2.500 para a sua empregada. Ela está pensando em usar o dinheiro para começar uma poupança para o futuro. Ela pode investir para ganhar uma taxa de juros anual de 10%.

- De acordo com a Regra do 72, aproximadamente quanto tempo levaria para a sua riqueza aumentar a \$5.000?
- Exatamente quanto tempo realmente levaria?

9. **(Valores Futuros)** A conta bancária de Larry tem um “floating” de taxa de juros sobre certos depósitos. A cada ano ano a taxa de juros é ajustada. Larry depositou \$20.000 três anos atrás, quando taxa de juros era 7% (composição anual). No último ano a taxa foi somente de 6%, e este ano a taxa cairá novamente para 5%. Quanto estará na sua conta ao término deste ano?

10. **(Taxas Anuais Efetivas)** Você tem de escolher entre investir numa conta de poupança bancária, que paga 8% composto anualmente (Banco Anual), e uma que paga 7,5% composto diariamente (Banco Diário).

- a. Baseado em taxas efetivas anuais, qual banco você preferiria?
- b. Suponha que o Banco Anula está somente oferecendo certificados de depósitos bancários de um ano e se você você sacar o seu dinheiro antes, você perderá todo o juro. Como você avaliaria este pedaço de informação adicional quando tomar a sua decisão?

11. **(Taxas Anuais Efetivas)** Quais são as taxas efetivas anuais do seguinte:

- a. 12% APR composto mensalmente?
- b. 10% APR composto anualmente?
- c. 6% APR composto diariamente?

12. **(Taxas Anuais Efetivas)** Na tabela seguinte calcular a EAR para cada uma das taxas percentuais anuais dadas

APR	m	EAR
7.9%	12	?
8%	365	?
18%	4	?
9%	2	?
6.5%	10,000	?

13. **(Taxas Percentuais Anuais)** Na tabela seguinte calcular a APR da taxa percentual anual efetiva dada. (Sugestão: tudo sem álgebra)

APR	m	EAR
?	4	9.31%
?	12	23.14%
?	12	5.12%
?	2	10.25%
?	365	12.75%

14. **(Valores Futuros e Composição Não Anual)** Harry promete que um investimento na sua empresa dobrará em seis anos. O juro é assumido ser pago trimestralmente e reinvestido. Qual é o rendimento anual efetivo que isto representa?

15. **(Valores Futuros)** Suponha que você sabe que precisará de \$2.500 daqui a dois anos para fazer o pagamento do seu carro.

- a. BancoUm está oferecendo 4% juro (composto anualmente) for dois-ano contas e BancoDois está oferecendo 4,5% (composto anualmente) por contas de dois-anos. Se você sabe que precisará de \$2,500 daqui a dois anos, quanto você precisará investir no BancoUm para atingir a sua meta? Alternativamente, quanto você precisará investir no BancoDois? Qual conta bancária você preferirá?
- b. Agora suponhamos que você não precisará de dinheiro por três anos. Quanto você precisará depositar hoje no BancoUm? E no BancoDois?

16. **(Valores Futuros)** Lucky Lynn tem de escolher entre receber \$1.000 de seu tio avô daqui a um ano, ou \$900, da sua tia avó hoje. Ela acredita que poderia investir os \$900 num retorno de um ano de 12%.

- a. Qual é a valor futuro do presente do seu tio avô? E da sua tia avó?
- b. Qual presente ela deveria escolher?
- c. Como a sua resposta muda se você acreditasse que ela investiria o \$900 do seu tio avô a somente 10%? A que taxa, ela é indiferente?

17. **(Valores Presentes e VPL)** Como administrador de projetos de curto prazo, você está tentando decidir se investe ou não num projeto de curto prazo que paga um fluxo de caixa de \$1.000 daqui a um ano. O custo totaldo projeto é \$950. Seu investimento alternativo é depositar o dinheiro num certificado de depósito bancário de um ano, que pagará 4%, composto anualmente.

- a. Assumindo que o fluxo de caixa de \$1.000 está garantido (não existe risco de você não recebe-lo), qual seria uma taxa de desconto lógica para se usar na determinação do valor presente dos fluxos de caixa do projeto?
- b. Qual é a valor presente of the projeto se você descontar o fluxo de caixa a 4% ao ano? Qual é a valor presente líquido of that investimento? Você deveria investir no projeto?
- c. O que você faria se o banco aumentasse a sua taxa cotada para CDBs de um ano para 5,5%?
- d. A que taxa de CDB de um ano você ficaria indiferente entre os dois investimentos?

18. **(Taxas Efetivas de Retorno e Risco)** Sua prima pediu seu conselho sobre se compra ou não um bônus por \$995, no qual faria um pagamento de \$1.200 daqui a cinco anos, ou investir numa conta de banco local.
- Qual é a taxa de retorno sobre os fluxos de caixa do bônus? Que informação adicional você precisaria para fazer uma escolha?
 - Que conselho você daria a ela se você soubesse que o banco está pagando 3,5% ao ano por cinco anos (composto anualmente)?
 - Como seu conselho mudaria se o banco estivesse pagando 5% anualmente, por cinco anos? Se o preço do bônus fosse \$900, e o banco pagasse 5% anualmente?
19. **(Encontrando N)** Você e sua irmã acabaram de herdar \$300 e um savings bônus do seu bisavô que lhe deixou num cofre. Como você é mais velho, você terá de escolher se você quer o caixa ou o bônus. O bônus falta somente quatro anos para vencer e neste momento ele pagará ao proprietário \$500.
- Se você pegar os \$300 hoje e investir a uma taxa de juros 6% ao ano, quanto tempo (em anos) levaria para que o seu \$300 crescer até \$500? (Sugestão: Você quer encontrar n ou número de períodos.) Dadas estas circunstâncias, qual você deveria escolher?
 - Sua resposta mudaria se você pudesse investir o \$300 a 10% ao ano? At 15% ao ano? Quais outras regras de decisão você poderia usar para analisar esta decisão?
21. **(Valores Futuros)** Sua Tia Hilda deixou-lhe um fundo fiduciário que lhe pagará \$25.000 daqui a 5 anos. Você decidiu investi-lo por mais vinte anos. Você pode ganhar 8% ao ano sobre o seu investimento. Quanto terá daqui a 25 anos?
22. **(Valor Futuros)** Sua Tia Hilda deixou-lhe um fundo fiduciário que lhe pagará \$25.000 daqui a 5 anos. Você quer economizá-lo até você ter \$50.000. Você pode ganhar 8% ao ano no seu investimento. Quanto tempo no total você terá de esperar?
23. **(Valor Futuros)** Encontre o valor futuro de um investimento totalizando \$1.000 sob os seguintes períodos de composição: (Sugestão: Calcule um ou outro, a taxa anual efetiva ou mude o número de períodos e taxa de juros, enquanto o período composição encurta.)
- 7% composto anualmente por 10 anos.
 - 7% composto semestralmente por 10 anos.
 - 7% composto mensalmente por 10 anos.
 - 7% composto diariamente por 10 anos.
 - 7% composta continuamente por 10 anos.

Problema de Planilha:

24. **(Calculando Taxas de Crescimento)** Se você investiu \$1 numa carteira de ações de pequenas companhias, (como definida pelo Ibbotson e Associates), no final de 1925 e deixou que o investimento sozinho tivesse de crescer a \$731 no final de 2001, (76 anos depois). A seguinte tabela ilustra a taxa de crescimento de vários outros investimentos e a inflação de 1927 a 2001.

Investimento	VP em 1927	VF em 2001
Ações de Pequenas Companhias	\$1	\$7,860
Ações de Grandes Companhias	\$1	\$2,279
Long Term Corporate Bonds	\$1	\$70.90
Long Term Government Bonds	\$1	\$50.66
Treasury Bills	\$1	\$17.20
Inflação	\$1	\$9.86

- Calcular a taxa anual de retorno para cada um dos cinco investimentos acima.
- Qual foi a taxa média de inflação durante o período de 76 anos? Sugestão: Aquilo que custava em média \$1 em 1925 custará \$9,86 em 2001.
- Se você acredita que a história é uma boa previsão do futuro. Calcular o valor futuro de \$1000, investido em

- cada um dos investimentos alternativos em 40 anos? (Sugestão: Use as taxas históricas de retorno como uma estimativa dos retornos futuros).
- d. Se você pode comprar uma caneca da sua cerveja favorita hoje por \$3,00, quanto custaria a mesma caneca daqui a 40 anos mostrada na sua sala de reunião se a inflação continuar a taxas históricas?

5

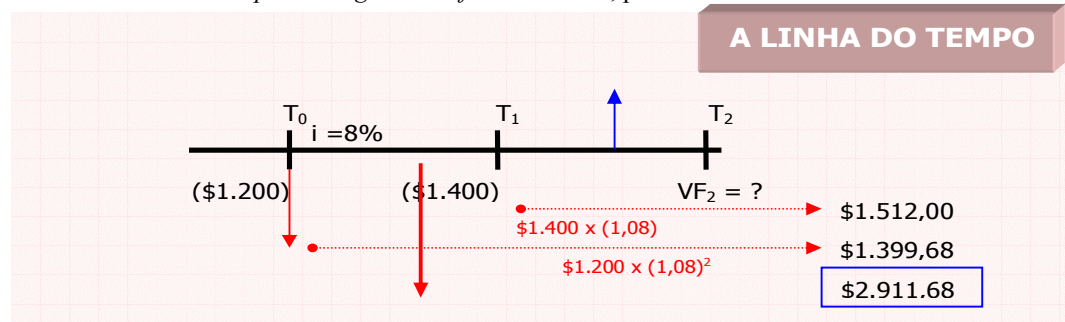
FLUXOS DE CAIXA MÚLTIPLOS

Até agora temos considerado problemas que envolvem apenas um único fluxo de caixa, também chamado de *pagamentos simples*, isto é, restringimos a nossa atenção ao valor futuro de uma única quantia no presente ou o valor presente de um único fluxo de caixa futuro. Obviamente, isso limita bastante. Afinal de contas, a maioria dos investimentos do mundo real envolve muitos fluxos de caixa ao longo do tempo. Quando existirem muitos pagamentos, você ouvirá as pessoas de negócios se referirem a uma *série de fluxos de caixa*.

5.1 - Valor Futuro de Fluxos de Caixa Múltiplos

Imagine que você espera comprar um computador em 2 anos depositando hoje numa aplicação que paga 8% a.a. de juros, o valor de \$ 1.200, e outros \$ 1.400 daqui a 1 ano. Quanto você deverá gastar no computador nesses dois anos?

A linha do tempo ou diagrama de fluxo de caixa, para este caso será:



Para calcular o valor em alguma data futura de uma série de fluxos de caixa, calcule o quanto cada fluxo de caixa valerá naquela data futura, e depois some esses valores futuros.

Essas figuras de linha do tempo são muito úteis para resolver problemas complexos. Toda vez que você encontrar dificuldades com um problema, desenhe a linha do tempo, que geralmente lhe ajudará a entender o que está passando.

Concluimos que problemas envolvendo fluxos de caixa múltiplos são simples extensões da análise de fluxos de caixa únicos, ou *pagamentos simples*.

EXERCÍCIOS

- Suponhamos que a compra do computador possa ser adiada por mais 1 ano e que você consiga fazer um terceiro depósito de \$ 1.000 no final do segundo ano. Quanto estará disponível para gastar de agora a 3 anos? *Resp: \$ 4.224,61*
- Você acha que será capaz de depositar \$ 4.000 ao final de cada um dos três próximos anos em uma aplicação bancária que rende 8% de juros. Atualmente, você possui \$ 7.000 nessa aplicação. Quanto você terá em três anos? E em quatro? *Resp: \$ 21.803,58 e \$ 23.547,87*
- Considere um investimento de \$ 2.000 ao final de cada ano durante os próximos cinco anos. O saldo atual é zero e a taxa é de 10% a.a. Calcule o valor futuro deste investimento, desenhando a linha do tempo.
- Se você aplicar \$ 100 daqui a um ano, \$ 200 daqui a dois anos e \$ 300 daqui a três anos, quanto você terá em três anos? Quanto deste montante é representado por juros? Quanto você terá em cinco anos se não realizar nenhuma aplicação adicional? Suponha uma taxa de juros igual a 7% durante o período. *Resp: \$ 628,49; \$ 28,49; \$ 719,56*
- Monte todos estes exercícios anteriores numa planilha excel e resolva-os por meio dela.



5.2 - Valor Presente de Fluxos de Caixa Múltiplos

Quando calculamos o valor presente de um único fluxo de caixa futuro, estamos perguntando quanto aquele fluxo de caixa estaria valendo hoje. Se existir mais de um fluxo de caixa futuro, precisamos simplesmente descobrir o que cada fluxo estaria valendo hoje e depois somar esses valores presentes.

EXEMPLO

Suponhamos que seu revendedor de automóveis lhe dê uma escolha entre pagar \$15.500 por um carro novo, ou entrar em um plano de prestações onde você paga \$8.000 de entrada hoje, e faz pagamentos de \$4.000 em cada um dos próximos dois anos. Qual é o melhor negócio? Suponha que a taxa de juros que você ganha em investimentos seguros seja de 8% a.a.

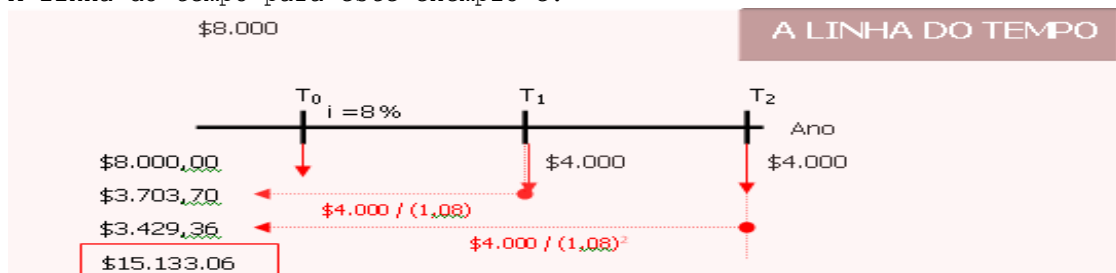
Solução

O valor presente dos três fluxos de caixa do plano de prestações é:

		Valor Presente
Pagamento imediato	\$ 8.000	= \$ 8.000,00
Segundo pagamento	\$ 4.000/1,08	3.703,70
Terceiro pagamento	\$ 4.000/(1,08) ²	3.429,36
Valor presente total		= \$15.133,06



A linha do tempo para este exemplo é:



Como o valor presente dos três pagamentos é menor do que os \$ 15.500, o plano de prestações de fato é a alternativa mais barata.

O valor presente do plano de prestações é igual à quantia que você precisaria investir agora para cobrir os três pagamentos futuros. Vamos checar para ver se isso funciona. Se você começasse com o valor presente de \$ 15.133,06 no banco, poderia fazer o primeiro pagamento de \$ 8.000 e ficar com \$ 7.133,06. Depois de 1 ano, sua poupança cresceria com os juros para \$ 7.133,06 x 1,08 = \$ 7.703,70. Então você faria o segundo pagamento de \$ 4.000 e ficaria com \$ 3.703,70. Essa soma, deixada no banco, cresceria no último ano para \$ 3.703,70 x 1,08 = \$ 4.000, exatamente o suficiente para fazer o último pagamento.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Para poder evitar os impostos de espólio, sua rica tia Frederica lhe dará \$ 10.000 por ano, por 4 anos, começando daqui a 1 ano. Quanto é o valor presente da doação planejada da benfeitora? A taxa de juros é de 7% a.a.. Quanto você terá daqui a 4 anos se investir cada parcela a 7%?
2. Suponha que você precise de \$ 1.000 daqui a um ano, e de mais \$ 2.000 daqui a dois anos. Se seu dinheiro rende 9% a.a., quanto você precisa aplicar hoje para ter exatamente esse valor no futuro? Em outras palavras, qual é o valor presente dos dois fluxos de caixa a 9% a.a.? **Resp: \$ 2.600,79**
3. Imagine que você possua um investimento que pagará \$ 1.000 ao final de cada ano durante os próximos cinco anos. Determine o valor presente se a taxa de desconto é de 6% a.a.. **Resp: \$ 4.212,37**
4. Ofereceram a você um investimento que paga \$ 200 em um ano, \$ 400 em dois, \$ 600 em três e \$ 800 em quatro. Investimentos semelhantes rendem 12%. Qual é o valor máximo que se deve pagar por esse investimento? **Resp: \$ 1.432,93**
5. Foi oferecido a você um investimento que promete três pagamentos de \$ 5.000. O primeiro ocorrerá daqui a quatro anos, o segundo daqui a cinco e o terceiro daqui a seis. Se você conseguir rendimentos de 11% a.a., qual é o valor máximo desse investimento hoje? Qual é o valor futuro desses fluxos de caixa? **Resp: \$ 8.934,12; \$ 16.710,50**
6. Monte e repita esses exercícios anteriores numa planilha excel.



O valor presente de uma série de fluxos de caixa futuros é a quantia que você teria de investir hoje para gerar aquela série.



5.3 - Fluxos de Caixa Uniformes: Anuidades e Perpetuidades



Anuidade

Uma série de fluxos de caixa iguais por um período fixo.

Perpetuidade

Uma anuidade que dura para sempre.

Às vezes você precisará valorar uma série de fluxos de caixa de valores constantes. Por exemplo, um tipo de plano de financiamento muito comum consiste em uma série de prestações iguais que devem ser pagas pelo devedor durante certo período. Quase todos os financiamentos a consumidores (como por exemplo o financiamento de veículos) e os financiamentos imobiliários têm como característica uma série de prestações constantes, geralmente mensais.

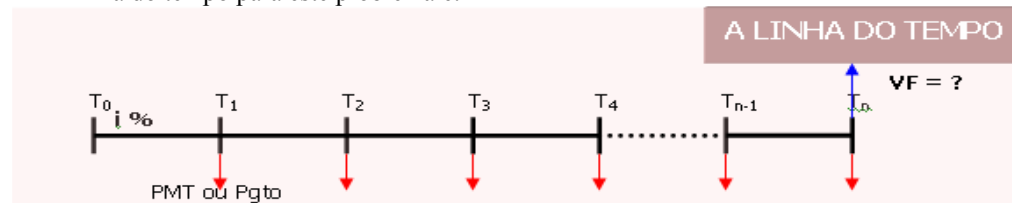
De maneira mais geral, qualquer seqüência de fluxos de caixa estável, ou constantes ou iguais, e igualmente espaçada, é chamada **anuidade**. Se a série de pagamentos *durar para sempre*, é chamada **perpetuidade**.

As anuidades ocorrem muito freqüentemente em contratos de financiamento, e existem alguns artifícios úteis para a determinação de seus valores.

5.3.1 – Valor Futuro de Anuidades

O problema consiste em determinar a quantia VF acumulada, a partir de uma série uniforme de pagamentos (PMT na calculadora e P_{gto} na planilha excel).

A linha do tempo para este problema é:



- O primeiro pagamento rende juros durante (n-1) períodos. No instante T_n seu valor será $P_{gto} (1 + i)^{n-1}$.
- O segundo pagamento rende juros durante (n-2) períodos. No instante T_n seu valor será $P_{gto} (1 + i)^{n-2}$.
- E assim, sucessivamente, teremos (o último pagamento não rende juros) pagos:

$$VF = P_{gto} (1 + i)^{n-1} + P_{gto} (1 + i)^{n-2} + \dots + P_{gto} (1 + i) + P_{gto}$$

ou

$$VF = P_{gto} [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-2} + (1 + i)^{n-1}]$$

O fator entre colchetes é a soma dos n primeiros termos de uma Progressão Geométrica de razão (1 + i). Esta soma é calculada assim:

$$VF = P_{gto} [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-2} + (1 + i)^{n-1}]$$

Multiplicando-se ambos os lados pela razão (1 + i), ficamos com:

$$VF (1 + i) = P_{gto} [(1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{n-1} + (1 + i)^n]$$

Subtraindo a de baixo pela de cima, temos:

$$VF (1 + i) - VF = P_{gto} (1 + i)^n - P_{gto} \quad \text{ou}$$

$$VF = \frac{P_{gto} [(1 + i)^n - 1]}{(1 + i) - 1} = P_{gto} \frac{[(1 + i)^n - 1]}{i}$$

Assim, temos a seguinte fórmula:

$$VF = P_{gto} \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

O fator [.....] é chamado *fator de capitalização ou fator de acumulação de capital* de uma anuidade ou série uniforme de pagamentos. Costuma ser representado por **FAC (i,n)** ou **$s_{n|i}$** (lê-se n cantoneira i)

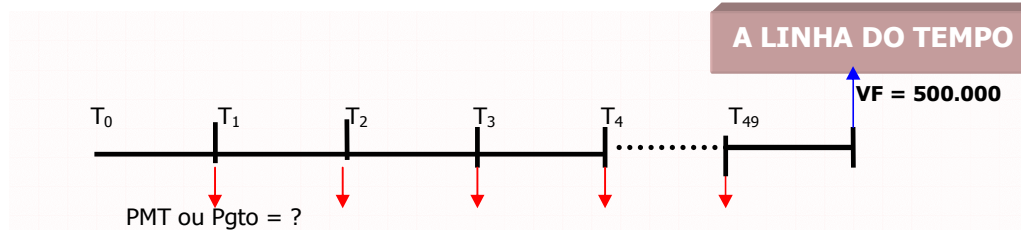
EXEMPLO

Daqui a 50 anos você estará se aposentando, mas já começou a poupar. Vamos supor que você queira acumular \$ 500.000 até a data de sua aposentadoria para poder sustentar seu padrão de vida. Quanto você terá de poupar a cada ano entre hoje e a sua aposentadoria para satisfazer essa meta futura? Digamos que a taxa de juros seja de 10% a.a..



Solução

Você precisa descobrir o tamanho da anuidade **Pgto** na linha de tempo e para isso precisa fornecer o valor futuro de \$ 500.000



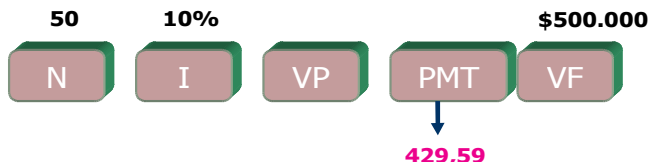
Aplicando a fórmula teremos:

$$VF = Pgto \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \Rightarrow 500.000 = Pgto \left[\frac{(1+0,1)^{50} - 1}{0,1} \right] \Rightarrow 500.000 = Pgto [1.163,9085] \quad \text{ou}$$

$$Pgto = 500.000 / 1.163,9085 = \mathbf{429,59}.$$

Na calculadora, faríamos:

USANDO A CALCULADORA FINANCEIRA



Na Planilha, teríamos:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Taxa de Juros	.10					
2	n	50					
3	Tempo (anos)	0	1	2	3	450
4	Valor Futuro	-500000					
5	Pgto						429,59
6							

Podemos também usar a função **Pgto** no Excel. Clique no assistente de função (wizard), (f_x), ou vá para **inserir** na barra de tarefas e clique **função** para inserir uma nova função. Ache a função **Pgto** que calcula os pagamentos que rendendo juros de 10% irão somar os \$ 500.000.

Uma vez aberta, a caixa de diálogo da função **Pgto** estimulará você a preencher os argumentos da função. Para **Taxa** entre com a taxa de juros, neste caso 0,10 ou célula B1. Ignore **VP** que é a célula de valor presente, se você quiser, você pode entrar com 0 que é o default no Excel. Para **Nper** entre com a célula B2 ou 50. Para **VF** referenciamos o valor futuro na célula B4 que é \$500.000. Novamente **Tipo** está vinculado a tecla Pgto e devemos colocar 0, pois se trata de uma série de pagamentos postecipada, isto é, no final do período. O resultado aparecerá na célula G5.

PGTO

Taxa	B1	= 0,1
Nper	B2	= 50
Vp		= número
Vf	B4	= -500000
Tipo	0	= 0

= 429,5870231

Calcula o pagamento de um empréstimo com base em pagamentos e em uma taxa de juros constantes.

Tipo é um valor lógico: pagamento no início do período = 1; pagamento ao final do período = 0 ou não especificado.

Resultado da fórmula = 429,59

OK Cancelar

Os argumentos da função **PGTO** que calcula os pagamentos (ou rendas) constantes de uma anuidade, a taxa de juros também constante são:
PGTO (Taxa; Nper; VP; VF; Tipo).

Apresentamos a seguir as funções para se calcular VF, Nper, Pgtto, Taxa

=VF(Taxa; Nper; Pgtto; VP; Tipo) Retorna o **VF** de um investimento com base em pagamentos (ou rendas) constantes e periódicos, a uma taxa i constante.

=TAXA(Nper; Pgtto; VP; VF; Tipo) Retorna a **TAXA** de juros por período em uma anuidade.

=NPER(Taxa; Pgtto; VP; VF; Tipo) Retorna o **NPER**, isto é, o número de períodos de um investimento com base em pagamentos (ou rendas) constantes e periódicos, a uma taxa i constante.

=PGTO(Taxa; Nper; VP; VF; Tipo) Calcula o **PGTO**, ou os pagamentos (ou rendas) constantes e periódicos de um investimento, a uma taxa i constante.

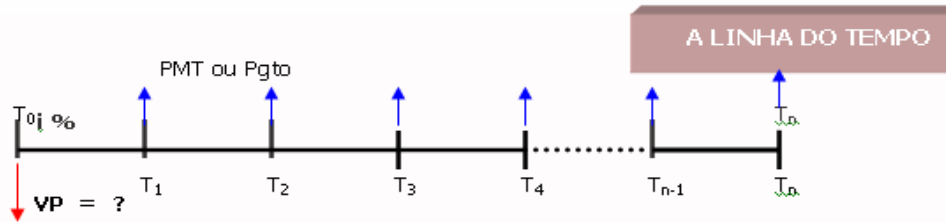
EXERCÍCIOS

1. Você está de volta novamente ao modo de economia. Dessa vez você está colocando \$ 3.000 de lado no final de cada ano para poder comprar um carro. Se sua poupança render juros de 8% ao ano, quanto você conseguirá ter no final de 4 anos? **Resp: \$ 13.518**
2. Um deputado deposita anualmente US\$ 3.000 (fruto de muito trabalho) na conta particular que mantém na Suíça. Qual será o saldo daqui a 5 anos, sabendo-se que o banco paga juros de 8% a.a. para este tipo de conta? **Resp: 17.599,80.**
3. O corretor prometeu a um cliente que, se ele efetuasse 12 depósitos trimestrais de \$ 1.050,00, após o último depósito ele teria \$ 20.000,00. Que taxa de juros o corretor está oferecendo ao cliente? **Resp: 8,063% a.t**
4. Quantos depósitos bimestrais de R\$ 1.000,00 serão necessários para que, se a remuneração for de 4% a.b., se tenha R\$ 29.778,08? **Resp: 20 bimestres**

5.3.2 – Valor Presente de Anuidades

O problema consiste em determinar o principal **VP** que deve ser aplicado para que se possa retirar os pagamentos numa série uniforme (**PMT** na calculadora e **Pgto** na planilha excel) em cada um dos **n** períodos subseqüentes, ou seja determinar o valor presente da série uniforme **Pgto**.

A linha do tempo para este problema é:



- O primeiro pagamento deve ser descontado durante 1 período. No instante T_0 seu valor será $Pgto / (1 + i)^1$.
- O segundo pagamento deve ser descontado durante 2 períodos. No instante T_0 seu valor será $Pgto / (1 + i)^2$.
- E assim, sucessivamente, o n -ésimo pagamento deve ser descontado durante n períodos. No instante T_0 seu valor será $Pgto / (1 + i)^n$.

Somando todos eles, temos:

$$VP = Pgto (1 + i)^{-1} + Pgto (1 + i)^{-2} + \dots + Pgto (1 + i)^{-n}$$

ou

$$VP = Pgto [(1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + \dots + (1 + i)^{-n}]$$

O fator entre colchetes é a soma dos n primeiros termos de uma Progressão Geométrica de razão $(1 + i)^{-1}$, sendo o primeiro termo igual a $(1 + i)^{-1}$. Esta soma é calculada assim:

$$VP = Pgto [(1 + i)^{-1} + (1 + i)^{-2} + \dots + (1 + i)^{-n}].$$

Multiplicando-se, ambos os lados, pela razão $(1 + i)^{-1}$, ficamos com:

$$VP (1 + i)^{-1} = Pgto [(1 + i)^{-2} + (1 + i)^{-3} + \dots + (1 + i)^{-n-1}]$$

Subtraindo a de baixo pela de cima, temos:

$$VP (1 + i)^{-1} - VP = Pgto [(1 + i)^{-1} - (1 + i)^{-n-1}] \quad \text{ou}$$

$$VP = Pgto \left\{ \frac{[(1 + i)^{-1} - (1 + i)^{-n-1}]}{[(1 + i)^{-1} - 1]} \right\} = Pgto \left\{ \frac{[(1 + i)^{-1} - (1 + i)^{-n-1}]}{[(1 + i)^{-1} - \frac{(1 + i)^{-1}}{(1 + i)^n}]} \right\} =$$

$$= Pgto \left\{ \frac{[1 - (1 + i)^{-n}]}{[1 - (1 + i)^{-1}]} \right\} = Pgto \left\{ \frac{[(1 + i)^n - 1]}{i} \right\} = Pgto \left\{ \frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n} \right\}$$

$$VP = Pgto \left\{ \frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n} \right\}$$

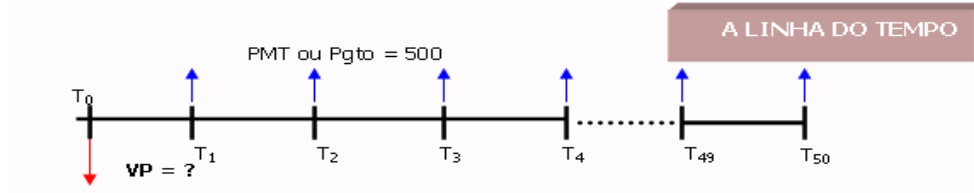
O fator [.....] é chamado **fator de valor presente** de uma anuidade ou série uniforme de pagamentos. Costuma ser representado por **FVP (i,n)** ou **$a_{\overline{n}|i}$** (lê-se n cantoneira i)

EXEMPLO

Imagine que estamos examinando um ativo que promete pagar \$ 500 ao final de cada um dos próximos 50 anos. Se quiséssemos obter 10% com a aplicação de nosso dinheiro, quanto nós deveríamos oferecer por este ativo?

Solução

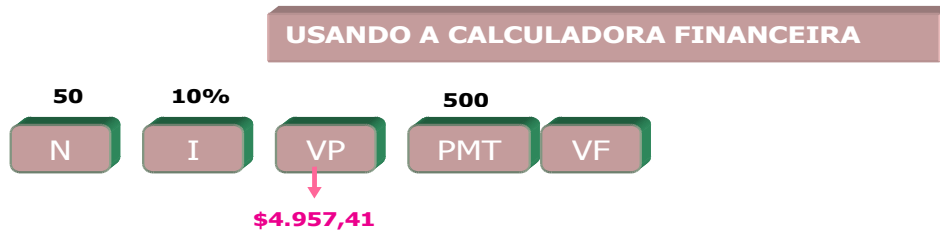
Você precisa descobrir na linha de tempo a seguir o tamanho do valor presente VP que você precisa ter para fornecer uma anuidade de \$ 500



Aplicando a fórmula teremos:

$$VP = Pgto \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \Rightarrow VP = 500 \left[\frac{(1+0,1)^{50} - 1}{0,1(1+0,1)^{50}} \right] \Rightarrow VP = 500 [9,914814] = 4.957,41 \text{ ou}$$

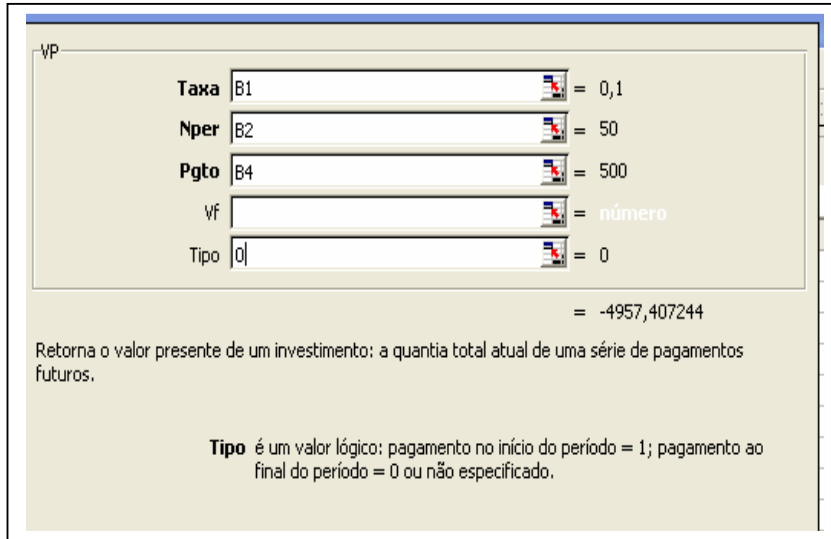
Aplicando na calculadora teremos:



	A	B	C	D	E	F	G
1	Taxa de Juros	.10					
2	n	50					
3	Tempo (anos)	0	1	2	3	4
4	Pgto	-500					
5	VP						4.957,41
6							

Podemos também usar a função **VP** no Excel. Clique no wizard da função, (**F_x**), ou vá para **inserir** na barra de tarefas e clique **função** para inserir uma nova função. Ache a função **VP** que calcula o valor que irá gerar os pagamentos de \$ 500, rendendo juros de 10%.

Uma vez aberta, a caixa de diálogo da função **VP** estimulará você a preencher os argumentos da equação. Para **Taxa** entre com a taxa de juros, neste caso 0,10 ou célula B1. Ignore **VF** que é a célula de valor futuro, se você quiser, você pode entrar com 0 que é o default no Excel. Para **Nper** entre com a célula B2 ou 50. Para **Pgto** referenciamos o valor presente na célula B4 que é \$500. Novamente **Tipo** está vinculado a tecla **Pgto** e devemos colocar 0, pois trata-se de uma série de pagamentos postecipada, isto é, no final do período. O resultado aparecerá na célula G5.



VP

Taxa B1 = 0,1

Nper B2 = 50

Pgto B4 = 500

Vf = número

Tipo 0 = 0

= -4957,407244

Retorna o valor presente de um investimento: a quantia total atual de uma série de pagamentos futuros.

Tipo é um valor lógico: pagamento no início do período = 1; pagamento ao final do período = 0 ou não especificado.

Uma série de pagamentos é dita **antecipada**, quando eles forem efetuados no início do período. Informe isto para a HP-12C colocando-a no modo BEGIN. No Excel, basta colocar 1 em Tipo.

EXEMPLO

Bill Gates é famoso por ser a pessoa mais rica no mundo, com uma fortuna estimada em meados de 1999 em 96 bilhões de dólares. Nós ainda não fomos apresentados ao Sr. Gates, e portanto não podemos lhe passar os dados sobre seus planos para alocar \$96 bilhões entre obras de caridade e o custo de uma vida de luxo e agitação (L&A). Então, para manter as coisas simples, faremos apenas a seguinte pergunta puramente hipotética: quanto o Sr. Gates poderia gastar anualmente em mais 40 anos de L&A se ele destinasse o total de \$96 bilhões para esses propósitos? Suponhamos que o seu dinheiro esteja investido a 9% ao ano de juros.

Solução

$$PV = 96.000.000.000 \quad i = 9\% \text{ a.a.} \quad n = 40 \text{ anos} \quad PMT = ?$$

$$VP = Pgto \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \Rightarrow 96.000.000.000 = Pgto \left[\frac{(1+0,09)^{40} - 1}{0,09(1+0,09)^{40}} \right] \Rightarrow 96.000.000.000 = Pgto [10,757360] =$$

$$\Rightarrow \frac{96.000.000.000}{10,757360} = \$ 8.924.122.481,00$$

Os seus gastos anuais poderia ser de quase 9 bilhões de dólares em L&A (\cong 25 milhões de dólares por dia em BALADAS!!!!).

Aviso ao Sr. Gates: nós não levamos a inflação em consideração. O custo de comprar L&A aumentará; então, os \$ 8,9 bilhões não comprarão tanto L&A em 40 anos quanto compram hoje. Falaremos mais sobre a inflação depois.

EXERCÍCIOS



Resolva os exercícios ao lado utilizando a HP-12C e a planilha excel.

Nos argumentos da função na planilha excel, não esquecer de inverter o sinal.



1. Após examinar cuidadosamente seu orçamento, você verificou que teria capacidade para pagar até \$ 632 por mês para comprar um novo carro esporte. Telefonou a seu banco e descobriu que poderia conseguir um empréstimo a 1% ao mês por um prazo de 48 meses. Quanto você poderá tomar de empréstimo? **Resp: \$ 24.000**
2. Suponha que você desejasse iniciar um novo empreendimento, especializado na última moda de alimentação saudável, leite de ovelha. Você precisa tomar empréstimos no montante de \$ 100.000 para produzir e comercializar seu produto, o Sheep Dandy. Como lhe parece pouco provável que essa moda dure muito tempo, você propõe liquidar rapidamente o empréstimo, por meio de cinco prestações anuais iguais. Se a taxa de juros for de 18% a.a., qual será o valor das prestações? **Resp: \$ 31.978.**
3. Você ficou sem dinheiro na Semana Santa, e sua fatura de cartão de crédito é \$ 1.000. Você só pode fazer o pagamento mínimo de \$ 20 por mês. A taxa de juros do cartão de crédito é de 1,5% a.m.. Quanto tempo você levará para liquidar sua fatura de \$ 1.000? **Resp: 7,75 anos.**
4. Uma companhia de seguro oferece-lhe rendimentos de \$ 1.000 por ano durante 10 anos se você aplicar a vista \$ 6.710. Qual é a taxa implícita nessa anuidade de 10 anos? **Resp: 12,59%.**
5. Uma loja vende uma geladeira em 12 prestações mensais de R\$ 120,55 ou em 24 prestações mensais de R\$ 76,76. Qual é a forma de financiamento mais vantajosa para o comprador, se a taxa de juros for de 3 % a.m.? **Resp: O primeiro financiamento tem o menor preço a vista.**
6. Suponhamos que você se aposente aos 70 anos. Você espera viver mais 20 anos, e gastar \$ 55.000 por ano durante sua aposentadoria. Quanto dinheiro você precisa economizar até os 70 anos de idade para sustentar esse palno de consumo? Suponha uma taxa de juros de 7% a.a. **Resp: \$ 582.670,00**

5.3.2.1 – Valor Presente de anuidades com carência

Muitas vezes nos defrontamos com financiamentos que estabelecem um período de carência, isto é, é dado um prazo antes de começarmos a pagar a primeira parcela. Se a série de pagamentos for uniforme, dizemos, neste caso, que ela é **diferida**.

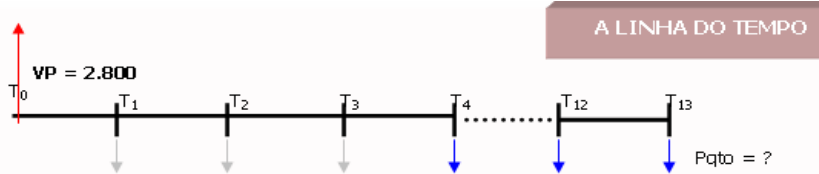
Uma maneira de atacar o problema de carência seria calcular o valor futuro ao término do período de carência e adotá-lo como valor presente. O exemplo a seguir mostra isso.

EXEMPLO

A propaganda de uma grande loja de eletrodomésticos anuncia: “Compre tudo e pague em 10 vezes. Leve hoje e só comece a pagar daqui a 4 meses”. Se a taxa de financiamento é de 3% a.m., qual é o valor da prestação de uma geladeira cujo preço à vista é de R\$ 2.800,00?

Solução

A linha do tempo para este caso fica assim



Vamos calcular o valor futuro de R\$ 2.800 ao término do período de carência, neste caso o instante 3 (vejam que numa série postecipada temos sempre um período de carência). Este valor encontrado deve ser adotado como valor presente dos 10 pagamentos (prestações). Assim,

$$VP_3 = 2800 (1 + 0,03)^3 = 3.059,63$$

$$Pgto = VP_3 a^{-1}_{10|3} = 3.059,63 (0,117231) = 358,68.$$

Note que encontramos um valor maior do que se colocássemos R\$ 2.800 ao invés de 3.059,63, como valor presente. Colocando R\$ 2.800, daria R\$ 328,24. A diferença se deve à carência, isto é, fica embutido nas prestações o juro de “espera”.

5.3.2.2 – Coeficiente de Financiamentos

É muito comum quando compramos à prestação, ou fazemos qualquer tipo de financiamento, surgir um fator financeiro constante que, ao multiplicar-se pelo valor presente do financiamento, apura as prestações. Assim



Se quisermos encontrar o coeficiente de financiamento na HP-12C, fazemos assim:

1	CHS	PV
Taxa	i	
N	n	
PMT		

$$\text{Financiamento} \times \text{Coef. Financeiro} = \text{Prestações}$$

Agora compare com isto

$$VP \times a^{-1}_{n|i} = \text{PGTO.}$$

O coeficiente financeiro nada mais é do que o inverso do fator de valor presente.

Ele é muito utilizado no **CDC** – Crédito Direto ao Consumidor, no Arrendamento Mercantil (*Leasing*), financiamento de veículos e de eletrodomésticos.

EXEMPLO

Admita que uma instituição financeira divulgue que seu coeficiente financeiro a ser liquidado em 6 prestações mensais, iguais e sucessivas, atinge 0,189346 (seis casas decimais, geralmente).

- Qual o valor das prestações de um financiamento de \$ 16.000?
- Qual a taxa de juros?

Solução

a. $\text{PGTO} = \text{VP} \cdot a^{-1}_{6|i} = 16.000 \times 0,189346 = 3.029,54$

b.

16000	CHS	PV
3029,54	PMT	
6	n	
	i	

 3,77% a.m.

EXERCÍCIOS

- Construir o coeficiente de financiamento de um contrato envolvendo 15 prestações mensais, iguais e sucessivas, a uma taxa de juros de 3,5% a.m. **Resp: 0,086825**
- Uma empresa está avaliando o custo de determinado financiamento. Para tanto, identificou as seguintes condições em dois bancos:
 - Coeficiente = 0,119153, pagamento = 10 prestações mensais, iguais e sucessivas
 - Coeficiente = 0,307932, pagamento = 4 prestações, trimestrais, iguais e sucessivas.
 Determinar a proposta que apresenta o menor custo mensal.
-

5.3.3 – Perpetuidades



Dicas de Estudo

Como vimos é uma série de pagamentos uniformes (de mesmo valor) para sempre. Esta série ou anuidade se chama assim porque os fluxos de caixa são perpétuos. Por esta razão, obviamente, não podemos avaliá-las descontando todos os fluxos de caixa e nem tão pouco aplicando a fórmula diretamente. Felizmente, a avaliação é extremamente simples, e isto pode ser visto com um pouquinho de matemática.

No caso de uma perpetuidade, temos:

No caso de uma perpetuidade, temos:

$$VP = \text{Pgto} \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[(1+i)^n - 1]}{[i(1+i)^n]} \right\} = \text{Pgto} \left\{ \frac{1}{i} \right\} = \frac{\text{Pgto}}{i}$$

O limite é tomado com $n \rightarrow \infty$. Ou seja, o valor presente de uma série de pagamentos, ou rendas, uniformes perpétuas é igual ao valor da anuidade dividido pela taxa de juros.

$$VP = \frac{\text{Pgto}}{i}$$

A ação preferencial é um exemplo importante de perpetuidade. Quando uma empresa emite ações preferenciais, promete ao comprador dividendos fixos, a cada período (normalmente a cada trimestre), para sempre. Esse dividendo precisa ser pago antes de qualquer dividendo pago a ações ordinárias. Daí o termo preferencial.

EXEMPLO

Suponha que a Fellini Co. queira emitir ações preferenciais a um preço de \$ 100 por ação. Uma emissão, já realizada, muito semelhante de ações preferenciais obteve um preço de \$ 40 por ação, mediante uma oferta de dividendos trimestrais de \$ 1. Qual é o dividendo que a Fellini deveria oferecer, se suas ações preferenciais fossem emitidas?

Solução

A emissão que já ocorreu possui um valor presente de \$ 40 e um fluxo de caixa trimestral de \$ 1 para sempre. Como é uma perpetuidade:

$$VP = 40 = 1/r \quad \Rightarrow \quad r = 2,5\% \text{ a.t.}$$

Para ser competitiva, a nova emissão da Fellini também deverá oferecer um rendimento trimestral de 2,5%; portanto, para que o valor presente seja \$ 100, os dividendos precisam ser iguais a \$ 2,5 por trimestre.

No Canadá e nos U.S.A., as perpetuidades também são denominadas *consols*

EXERCÍCIOS

1. A Companhia de Seguro Bob's Life Co. está tentando lhe vender uma apólice que renderia a você e a seus herdeiros \$ 5.000 por ano, para sempre. Se a taxa de retorno exigida nesse investimento igual a 8%, quanto você pagaria pela apólice?
2. No problema anterior, suponha que Bob diga-lhe que a apólice custa \$ 70.000. A que taxa de juros você consideraria satisfatório o negócio?
3. Ao participar de um Programa de Demissão Voluntária (PDV), um trabalhador recebeu da empresa \$ 10.000. De modo que percebesse uma renda quinzenal indefinidamente, aplicou a importância em uma instituição financeira a juros efetivos de 1,5% a.m.. Considerando que a taxa de juros não variará, calcular o valor da renda quinzenal perpétua postecipada. **Resp: \$ 74,72**
4. O pedágio de uma rodovia estadual arrecada em média \$ 200.000/mês. Calcular o valor presente dessas rendas, considerando um custo de capital de 2% a.m.. **Resp: \$ 10.000.000**
5. Uma Universidade receberá uma doação à perpetuidade. O primeiro importe de \$ 50.000 será aplicado na compra de livros e os seguintes de \$ 10.000, a serem entregues no início de cada ano, serão usados na manutenção. A juros efetivos de 2% a.a., calcular o valor presente da doação. **Resp: \$ 550.0000**
6. Uma jazida de ouro com reservas para exploração por mais de cem anos produz lucros médios de \$ 4.000.000/ano. Calcular o valor da mina, considerando que nos próximos dois anos a mina não operará por motivos de renovação de equipamentos. O custo de oportunidade do capital é de 15% a.a. **Resp: \$ 20.163.831**
7. Uma sociedade de beneficência pública ganhou de um mecenas uma doação de \$ 25.000/ano em forma indefinida, recebidos no início de cada ano, depois de transcorridos dois anos contados a partir da data da doação. A juros de 15% a.a., calcular o valor presente dessa doação. **Resp: \$ 144.927,54**
8. Um canal de irrigação teve um custo inicial de \$ 500.000. O engenheiro hidráulico projetista da obra estima que, para estar permanentemente em condições operacionais, a cada três anos deve ser realizada uma reforma do canal a um custo aproximado de \$ 150.000. Pede-se:
 - a. Calcular a quantia que deve ser aplicada hoje a juros de 15% a.a., de modo que assegure a reforma perpétua do canal. **Resp: \$ 287.976,96**
 - b. Determinar o custo capitalizado do canal admitindo-se um custo do capital de 15% a.a. **Resp: 787.976,96.**

ESTUDO DE CASO

A *Indústria Laminados S.A.* é uma empresa que se preocupa com o futuro de seus funcionários. O diretor financeiro foi contratado recentemente para gerir as finanças da empresa por um período de oito anos. Contratualmente, após esse período, a empresa irá conceder uma aposentadoria durante 12 anos ao diretor. Pela aposentadoria, ele receberá um pagamento ao final de cada ano no valor de \$ 12.000, durante 12 anos. Caso venha a falecer antes desse período, reza o contrato que o pagamento anual passará a sua mulher e filhos.

Durante o período de acumulação (oito anos), a Indústria de Laminados S.A., pretende depositar a anuidade em depósitos de valores iguais, ao final de cada ano, cujo rendimento será calculado mediante aplicação da taxa de juros de 12% a.a.. Dessa forma, o primeiro depósito ocorrerá ao final do ano um. Imediatamente após o início do período de distribuição (pagamento da aposentadoria), a empresa pretende aplicar os recursos acumulados em uma conta cuja remuneração será calculada com a taxa de juros de 15% a.a.. Como o objetivo da aplicação financeira nos períodos de acumulação será somente atender às exigências contratuais (pagamento da aposentadoria), ao final do período de distribuição, o saldo da conta será igual a zero. O pagamento da primeira parcela da aposentadoria ocorrerá ao final do ano nove.

1. Gráficamente, represente os fluxos de caixa referentes às anuidades de aposentadoria, mediante o ponto de vista da Indústria de Laminados S.A..
2. Qual o montante que a Indústria de Laminados S.A. deve acumular ao final do oitavo ano para efetuar os pagamentos, durante 12 anos, de uma anuidade de \$ 12.000,00? Resp: \$ 65.047,43
3. Qual o valor dos depósitos a serem realizados ao final de cada ano durante o período de acumulação que a Indústria de Laminados S.A. deve realizar para pagar a aposentadoria de seu diretor financeiro? Resp: \$ 5.288,54.
4. Alterando-se a taxa de juros i para 14% a.a., qual deve ser o valor dos depósitos anuais que a indústria deverá realizar ao final de cada ano durante o período de acumulação para o pagamento da aposentadoria de seu diretor financeiro? Resp: \$ 4.915,64
5. Caso a anuidade da aposentadoria do diretor financeiro fosse uma perpetuidade, qual o montante que a indústria deveria depositar anualmente, durante o período de acumulação, para realizar os pagamentos da aposentadoria? Considere a permanência de todos os demais termos. Resp: \$ 6.504,23

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

A necessidade de recursos obriga aqueles que querem fazer investimentos a tomarem empréstimos e assumirem dívidas que são pagas com juros de formas que variam de acordo com contratos estabelecidos entre as partes interessadas.

As formas de pagamento dos empréstimos são chamadas *sistemas de amortização*.

Os sistemas de amortização são os mais variados, alguns prevendo pagamento único, outros possibilitando parcelamentos. Alguns desses sistemas de amortização são mais comuns e têm até denominações próprias, como o sistema SACRE, usado pelo Sistema Financeiro da Habitação, ou o Sistema Americano que é usado nos empréstimos internacionais. Outros não têm denominações próprias e, quando utilizados, são descritos pormenorizadamente nos contratos de empréstimo.

Quando a forma escolhida para a amortização de uma dívida prevê pagamento parcelado, existe interesse, tanto por parte do devedor como por parte do credor, em conhecer, a cada período de tempo, o estado da dívida, isto é, o total pago e o saldo devedor. Por isso, é comum a elaboração de *demonstrativos* que acompanham cada pagamento do empréstimo. Não existe um modelo único de demonstrativo mas de todos eles devem constar o *valor de cada pagamento* e o *saldo devedor*, devendo, ainda, o valor de cada pagamento ser subdividido em juros e amortização (*devolução do principal emprestado*).

A discriminação dessas duas parcelas dentro das prestações origina-se do fato de os juros serem dedutíveis para efeito de taxaço do Imposto de Renda.

A seguir são descritos alguns sistemas de amortização, seguidos de exemplos, para os quais são calculados os valores dos pagamentos e, nos casos de parcelamento, são elaborados os demonstrativos e/ou planilhas (inclusive eletrônicas através do Excel).

6.1 - SISTEMA DO MONTANTE

Por esse sistema, o devedor paga *no final do prazo*, o **montante da dívida** que, conforme o contrato, pode ser calculado no regime de juros simples ou compostos.

Para se calcular o valor desse pagamento final basta calcular o montante correspondente à dívida somada aos juros, simples ou compostos, conforme o caso. O valor da dívida será o valor presente VP e o pagamento final será o valor futuro VF, calculado com a taxa i contratada para o empréstimo por n períodos. Se o contrato prevê juros simples, tem-se:

$$VF = VP (1 + i n)$$

e se o contrato prevê juros compostos, tem-se:

$$VF = VP (1 + i)^n$$

EXEMPLO

Um empréstimo de R\$ 100.000,00 deve ser pago após quatro meses com juros de 10% a. m.. Calcular o pagamento final:

- supondo que o empréstimo foi feito no regime de juros simples.
- supondo que o empréstimo foi feito no regime de juros compostos.

SOLUÇÃO

$$\begin{aligned} \text{a. } VF &= VP (1 + i n) = 100.000 (1 + 0,1 \cdot 4) = 140.000,00 \\ \text{b. } VF &= VP (1 + i)^n = 100.000 (1 + 0,1)^4 = 146.410,00 \end{aligned}$$

```

Na HP-12C temos:
100000      PV
10         i
4          n
FV

```

```

Na Planilha Excel temos:
A1      0,10
B1      4
C1      10000
D1      =POTÊNCIA(1 + A1;B1)
E1      =C1*D1

```

6.2 - SISTEMA DE JUROS ANTECIPADOS

Por esse sistema, o devedor paga o *total dos juros* na data da liberação do empréstimo. Como no sistema anterior, os juros poderão ser simples ou compostos.

É claro que, se os juros são pagos antecipadamente, o valor liberado como empréstimo (empréstimo efetivo) não coincide com o valor solicitado pelo devedor, o que faz com que a *taxa efetiva* a que ele se obriga seja diferente da *taxa nominal* contratada. Com os juros pagos antecipadamente, o devedor pagará no final apenas o valor solicitado como empréstimo

Chamando de VP o valor efetivamente liberado (empréstimo efetivo) e de VF o pagamento final (empréstimo contratado) e supondo que o empréstimo foi feito à taxa *i* de juros simples e pelo prazo de *n* períodos, o valor liberado será:

$$VP = VF - VF i n$$

ou

$$VP = VF(1 - i n)$$

o que corresponde ao valor solicitado descontado com desconto comercial simples.

Para calcular a taxa efetiva i_e paga pelo devedor basta usar a fórmula de montante de juros simples considerando o empréstimo efetivo como VP e o empréstimo contratado como VF. Tem-se, então:

$$i_e = \frac{\frac{FV}{P} - 1}{n}$$

Se o empréstimo foi contratado com juros compostos, o valor liberado será:

$$VP = VF - (VF(1 + i)^n - VF)$$

ou

$$VP = VF - VF(1 + i)^n + VF$$

ou ainda:

$$VP = VF(2 - (1 + i)^n)$$

e a taxa efetiva será:

$$i_e = \sqrt[n]{\frac{FV}{P}} - 1$$

Na prática, essas fórmulas não são necessárias como se pode ver no exemplo seguinte:

EXEMPLO

Considere-se o mesmo exemplo anterior, de um empréstimo de R\$ 100.000,00, à taxa de 10%, pelo prazo de quatro meses. Se os juros são cobrados antecipadamente, calcular o valor liberado, o valor a ser pago no final do prazo e a taxa efetiva:

- para o regime de juros simples.
- para o regime de juros compostos.

SOLUÇÃO

$$a. VP = VF (1 - i)^n = 100.000,00 (1 - 0,14)^4 = 60.000,00$$

$$i_e = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{n} = 0,1667$$

$$b. VF = VP (1 + i)^n = 100.000 (1 + 0,1)^4 = 146.410,00$$

$$146.410,00 - 100.000,00 = 46.410,00 \quad (\text{juros antecipados})$$

$$100.000 - 46.410 = 53.590,00 \quad (\text{valor liberado})$$

$$VF = VP (1 + i_e)^n \Rightarrow 100.000 = 53.590 (1 + i_e)^4 \Rightarrow i_e = 0,1688$$

6.3 - SISTEMA AMERICANO

Por esse sistema, o devedor paga os *juros periodicamente*; o valor emprestado é pago no **final do prazo estipulado** para o empréstimo.

Chamando de **VP** o valor emprestado à taxa **i**, os juros pagos em cada período são iguais e calculados como:

$$J = VP \cdot i$$

Terminado o prazo, o devedor, no último pagamento, além dos juros, paga o capital emprestado **VP**.

Observe que, por esse sistema, é indiferente que o regime de juros seja simples ou composto, pois, como os juros são pagos periodicamente, o saldo devedor é sempre o mesmo, o que não muda o valor básico para o cálculo dos juros.

EXEMPLO

Considere, ainda, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00 feito à taxa de 10% a.m., pelo prazo de quatro meses. Qual será o desembolso mensal de devedor se o empréstimo for feito pelo **Sistema Americano** com juros pagos mensalmente?

SOLUÇÃO

$$J = VP \cdot i = 100.000,00 \cdot 0,1 = 10.000,00.$$

Nos três primeiros meses o desembolso foi de R\$ 10.000,00, correspondentes aos pagamentos dos juros. No quarto mês, seu desembolso foi de R\$ 110.000,00, sendo R\$ 10.000,00 correspondentes aos juros e R\$ 100.000,00 para saldar a dívida.

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000,00
1	10.000,00	10.000,00	-	100.000,00
2	10.000,00	10.000,00	-	100.000,00
3	110.000,00	10.000,00	100.000,00	-

Os juros poderiam ser capitalizados e pagos após o período de carência

6.4 - SISTEMA PRICE, FRANCÊS OU DE PRESTAÇÕES CONSTANTES

Por esse sistema, o devedor paga o empréstimo em *prestações iguais* imediatas, incluindo, em cada uma, uma amortização parcial do empréstimo e os juros sobre o saldo devedor. O número de prestações varia em cada contrato.

Suponha-se o empréstimo **VP**, feito à taxa **i** para ser pago em **n** prestações, pelo sistema PRICE. As prestações são calculadas como se fossem os termos **PMT** de uma renda imediata cujo valor presente é **VP**:

$$PMT = VP \cdot a^{-1}_n i$$

Como o sistema PRICE prevê pagamento da dívida de forma parcelada, é conveniente para o devedor e também para o credor que se elabore um demonstrativo ou planilha que mostre o estado da dívida em cada período do prazo fixado. Como já se disse no início do capítulo, não existe um modelo único de demonstrativo e cada instituição financeira adota o seu modelo de acordo com os seus interesses ou com as exigências legais de cada caso. O modelo mais simples seria um quadro, como o reproduzido a seguir, com colunas para data (0, 1, 2, 3, ..., N), valor dos pagamentos (PMT), valor dos juros (J_1, J_2, \dots, J_n), valor das amortizações (A_1, A_2, \dots, A_n) e saldos devedores (SD_1, SD_2, \dots, SD_n)

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	$SD_0 = VP$
1	PMT	$J_1 = i \cdot SD_0$	$A_1 = PMT - J_1$	$SD_1 = SD_0 - A_1$
2	PMT	$J_2 = i \cdot SD_1$	$A_2 = PMT - J_2$	$SD_2 = SD_1 - A_2$
...				
n	PMT	$J_n = i \cdot SD_{n-1}$	$A_n = PMT - J_n$	$SD_n = 0$

EXEMPLO

Considerando, ainda, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00, feito à taxa de 10% a.m., por quatro meses, agora devendo ser pago no **Sistema PRICE**, determinar o pagamento mensal e fazer um demonstrativo do estado da dívida nesses quatro meses.

SOLUÇÃO

$$PMT = VP \cdot a^{-1}_4 i = VP \cdot \left[\frac{(1 + 0,10)^4 - 1}{0,10(1 + 0,10)^4} \right]^{-1} = 31.547,08 \dots (\text{pagamento mensal})$$

$$J_1 = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000$$

$$A_1 = PMT - J_1 = 31.547,08 - 10.000 = 21.547,08$$

$$SD_1 = SD_0 - A_1 = 100.000 - 21.547,08 = 78.452,92$$

$$J_2 = SD_1 \cdot i = 78.452,92 \cdot 0,1 = 7.845,29$$

$$A_2 = PMT - J_2 = 31.547,08 - 7.845,29 = 23.701,79$$

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 78.452,92 - 23.701,79 = 54.751,13$$

...

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000
1	31.547,08	10.000,00	21.547,08	78.452,92
2	31.547,08	7.845,29	23.701,79	54.751,13
3	31.547,08	5.475,11	26.071,97	28.679,16
4	31.547,08	2.867,92	28.679,16	0

Na HP-12C
 f Fin f 2
 100000 CHS PV
 10 i
 4 n
 PMT ...31.547,08

Pode-se observar que os juros são cada vez menores, uma vez que são calculados sobre o saldo devedor que é cada vez menor. Conseqüentemente, as amortizações são cada vez maiores para que, somadas aos juros, totalizem prestações iguais.

Abra a pasta **PRICE** no Excel para ver como fica esta planilha eletrônica.

O termo **carência** designa o período que vai desde a data de concessão do empréstimo até a data em que será paga a primeira prestação. Em geral, este período é negociado entre o credor e o mutuário, ou devedor. Qualquer sistema de amortização pode ter, ou não, prazo de carência. O exemplo a seguir ilustra este fato.

EXEMPLO

Um empréstimo de \$200.000,00 será pago pelo Sistema Price de Amortização em 4 parcelas mensais postecipadas, com um **período de carência** de 3 meses em que seriam pagos unicamente os juros contratados de 10% a.m.. Construa a Planilha de Amortização.

SOLUÇÃO

$$PMT = VP \cdot a^{-1}_n | i = VP \cdot \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]^{-1} = 63.094,00 \dots (\text{pagamento mensal})$$

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	200.000,00
1	20.000,00	20.000,00	-	200.000,00
2	20.000,00	20.000,00	-	200.000,00
3	63.094,00	20.000,00	43.094,00	156.906,00
4	63.094,00	15.690,00	47.403,40	109.502,60
5	63.094,00	10.950,26	52.143,74	57.358,86
6	63.094,00	5.735,89	57.358,86	-

EXEMPLO

No exemplo anterior, se durante o período de carência os juros forem capitalizados e incorporados ao principal para serem amortizados nas prestações, construir a planilha de amortização.

SOLUÇÃO

O empréstimo começará a ser amortizado no fim do 3º mês de carência. Logo, o saldo devedor do empréstimo deverá ser capitalizado à taxa de 10% durante 2 meses.

$SD_2 = 220.000 \times (1,10)^2 = 242.000 \dots$ capitalização do Saldo Devedor
As prestações são calculadas sobre o empréstimo capitalizado até o segundo mês.

$$R = VP \cdot a^{-1}_4 |_{10} = 242.000 \cdot \left[\frac{(1+0,10)^4 - 1}{0,10(1+0,10)^4} \right]^{-1} = 76.343,82 \dots (\text{pagamento mensal})$$

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	200.000,00
1	-	-	-	220.000,00
2	-	-	-	242.000,00
3	76.343,82	24.200,00	52.143,82	189.856,18
4	76.343,82	18.985,62	57.358,20	132.497,98
5	76.343,82	13.249,80	63.094,02	69.403,96
6	76.343,82	6.940,40	69.403,96	-

EXERCÍCIOS EXTRAS

- Um empréstimo de \$ 200.000,00 será pago em três prestações mensais iguais e consecutivas. Considerando uma taxa de juros nominal de 180% a.a., com capitalização mensal, construir a planilha de amortização. Em quanto totalizaram os juros pagos nos três meses?
- Para comprar um apartamento você fez um empréstimo bancário de \$ 40.000 a ser pago em 60 meses, a uma taxa de 1,25% a.m.. Calcule o valor das prestações, dos juros e do total amortizado no primeiro, segundo e terceiro anos, separadamente, usando a HP-12C
- Uma pessoa comprou um carro de \$ 23.000 comprometendo-se a pagar 24 prestações mensais de \$ 1.170,60 cada. Logo após ter pago a 10ª prestação, a pessoa propõe encurtar o prazo do financiamento. Para tanto, deve pagar \$10.000 a vista e o saldo devedor em 4 prestações mensais iguais à mesma taxa de juros do financiamento original. Ela quer saber:
 - a taxa de juros do financiamento.
 - quanto falta pagar ainda do principal logo após o pagamento da 10ª parcela.
 - o valor de cada uma das quatro prestações finais.
 - o total de juros e amortização pagos nas 4 prestações.

Na HP-12C

```
f Fin f 2
200000 CHS PV
10 i
4 n
PMT
```

V.5 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÕES CONSTANTES (SAC)

Neste sistema, o devedor paga o empréstimo em prestações que incluem em cada uma delas, uma *amortização constante + juros sobre o saldo devedor*.

$$A = \frac{PV}{n}$$

OBSERVAÇÃO:- As amortizações são **IGUAIS**

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	$SD_0 = VP$
1	$R_1 = A + J_1 = A + VP \cdot i$	$J_1 = i \cdot SD_0 = VP \cdot i$	A	$SD_1 = SD_0 - A$
2	$R_2 = A + J_2 = A + (VP - A) \cdot i$	$J_2 = i \cdot SD_1 = (SD_0 - A) \cdot i = (VP - A) \cdot i$	A	$SD_2 = SD_1 - A$
3	$R_3 = A + J_3 = A + (VP - 2A) \cdot i$	$J_3 = i \cdot SD_2 = (SD_1 - A) \cdot i = (VP - 2A) \cdot i$	A	$SD_3 = SD_2 - A$
...				
...				
n	$R_n = A + J_n = A + [VP - (n-1)A] \cdot i$	$J_n = i \cdot SD_{n-1} = (SD_{n-1} - A) \cdot i = [VP - (n-1)A] \cdot i$	A	$SD_n = 0$

EXEMPLO

Considerando, mais uma vez, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00, feito à taxa de 10% a.m., por quatro meses, agora devendo ser pago no sistema SAC, fazer um demonstrativo do estado da dívida nesses quatro meses.

SOLUÇÃO

$$A = \frac{PV}{n} = \frac{100000}{4} = 25000$$

$$J_1 = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000,00$$

$$R_1 = A + J_1 = 25.000 + 10.000 = 35.000,00$$

$$SD_1 = SD_0 - A = 100.000 - 25.000,00 = 75.000,00$$

$$J_2 = SD_1 \cdot i = 75.000 \cdot 0,1 = 7.500,00$$

$$R_2 = A + J_2 = 25.000 + 7.500 = 32.500,00$$

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 75.000 - 25.000 = 50.000,00$$

·
·
·

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000,00
1	35.000,00	10.000,00	25.000,00	75.000,00
2	32.500,00	7.500,00	25.000,00	50.000,00
3	30.000,00	5.000,00	25.000,00	25.000,00
4	27.500,00	2.500,00	25.000,00	0

EXEMPLO 8

Um empréstimo de \$200.000,00 será pago pelo Sistema SAC de Amortização em 3 parcelas mensais postecipadas, com um período de carência de 3 meses. As amortizações serão calculadas sobre o valor inicial emprestado mais os juros capitalizados durante a carência. Considerando uma taxa de juros contratados de 10% a.m.. Construir a Planilha de Amortização.

SOLUÇÃO

Devemos capitalizar o saldo devedor do empréstimo. No início do terceiro mês, o saldo devedor será:

$SD_2 = 200.000,00 \times (1,10)^2 = 242.000,00$...capitalização do saldo devedor
Portanto, as parcelas de amortização serão:

$$A_t = \frac{242.000}{3} = 80.666,67$$

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	200.000,00
1	-	-	-	220.000,00
2	-	-	-	242.000,00
3	104.866,67	24.200,00	80.666,67	161.333,33
4	96.800,00	16.133,33	80.666,67	80.666,67
5	80.667,67	8.088,67	80.666,67	-

Devido aos 3 meses de carência, os juros serão pagos a partir do final do terceiro mês.

O expoente será sempre:

(carência - 1).

Como se o empréstimo tivesse sido contraído no mês 2

OBSERVAÇÃO

Quando as parcelas forem postecipadas (END) \Rightarrow há uma carência de 1 período.

Caso contrário \Rightarrow desconta-se a 1ª parcela do valor do

6.6

- SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO – SAM ou SACRE

Neste sistema, adotado recentemente no Sistema Financeiro da Habitação (S.F.H.), o devedor paga o empréstimo em prestações em que cada uma é a média aritmética dos valores encontrados para as prestações dos sistemas PRICE e SAC.

OBS:- Os juros, as amortizações e os saldos devedores também serão média aritmética.

Na prática só as prestações são calculadas assim!!!!

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	$SD_0 = VP$
1	$R_1 = (PMT + P_1)/2$	$J_1 = i * SD_0 = VP * i$	$A_1 = P_1 - J_1$	$SD_1 = SD_0 - A_1$
2	$R_2 = (PMT + P_2)/2$	$J_2 = i * SD_1$	$A_2 = P_2 - J_2$	$SD_2 = SD_1 - A_2$
3	$R_3 = (PMT + P_3)/2$	$J_3 = i * SD_2$	$A_3 = P_3 - J_3$	$SD_3 = SD_2 - A_3$
...				
n	$R_n = (PMT + P_n)/2$	$J_n = i * SD_{n-1}$	$A_n = P_n - J_n$	$SD_n = 0$

EXEMPLO

Considerando, novamente, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00, feito à taxa de 10% a.m., por quatro meses, agora devendo ser pago no sistema SAM, fazer um demonstrativo do estado da dívida nesses quatro meses.

SOLUÇÃO

$$PMT = 31.547,08$$

$$P_1 = 35.000,00 \quad P_2 = 32.500,00 \quad P_3 = 30.000,00 \quad P_4 = 27.500,00$$

$$J_1 = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000,00$$

$$R_1 = (PMT + P_1)/2 = 33.273,54$$

$$A_1 = R_1 - J_1 = 33.273,54 - 10.000 = 23.273,54$$

$$SD_1 = SD_0 - A_1 = 100.000 - 23.273,54 = 76.726,46$$

$$J_2 = SD_1 \cdot i = 76.726,46 \cdot 0,1 = 7.672,65$$

$$R_2 = (PMT + P_2)/2 = 32.023,54$$

$$A_2 = R_2 - J_2 = 32.023,54 - 7.672,65 = 24.350,89$$

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 76.726,46 - 24.350,89 = 52.375,57$$

·
·
·

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000,00
1	33.273,54	10.000,00	23.273,54	76.726,46
2	32.023,54	7.672,65	24.350,89	52.375,57
3	30.773,54	5.237,56	25.535,98	26.839,59
4	29.523,54	2.683,96	26.839,58	0

EXERCÍCIO EXTRA

Um empréstimo de R\$ 200.000,00 foi tomado em 1º de janeiro do ano corrente para ser amortizado em 4 prestações anuais pelo sistema de amortização constante SAC. Considerando-se que o financiamento foi tomado a juros de 4% a.a. mais atualização monetária, construir a planilha de amortização e calcular o custo efetivo real do financiamento. Para os cálculos de atualização monetária considerar a variação do:

- IGP-M/FGV
- dólar

Ano	Varição do IGP-M	VARIAÇÃO do DÓLAR
0	0	\$200
1	20,0000%	\$242
2	20,3225%	\$290
3	17,2924%	\$339
4	14,8954%	\$383

Solução

a. Sem Atualização Monetária

Final do Ano	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-----	-----	-----	200.000
1	58.000	8.000	50.000	150.000
2	56.000	6.000	50.000	100.000
3	54.000	4.000	50.000	50.000
4	52.000	2.000	50.000	-----

Atualização pelo IGP-M/FGV

Ano	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor	Inflator IGP-M/FGV
0	-----	-----	-----	200.000	1,000000
1	69.600,00	$200.000,00 \times 1,200000 \times 0,04 = 9.600,00$	$50.000 \times 1,200000 = 60.000$	$200.000 \times 1,200000 - 60.000 = 180.000,00$	$1,000000 \times 1,200000 = 1,200000$
2	80.861,72	$180.000,00 \times 1,203225 \times 0,04 = 8.663,22$	$50.000 \times 1,44397 = 72.198,50$	$180.000 \times 1,203225 - 72.198,50 = 144.382,00$	$1,200000 \times 1,203225 = 1,44387$
3	91.451,46	$144.382,00 \times 1,172924 \times 0,04 = 6.773,96$	$50.000 \times 1,69355 = 84.667,50$	$144.382 \times 1,172924 - 84.667,50 = 84.681,61$	$1,44387 \times 1,172924 = 1,69355$
4	101.182,31	$84.681,61 \times 1,148954 \times 0,04 = 3.891,81$	$50.000 \times 1,94581 = 97.290,50$	$84.681,61 \times 1,148954 - 97.290,50 = \text{seria zero}$	$1,69355 \times 1,148954 = 1,94581$

Fazer 5°

Fazer 4°

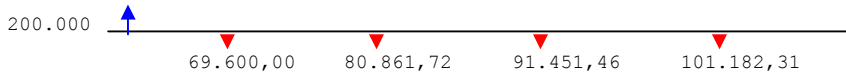
Fazer 2°

Fazer 3°

Fazer 1°

Inflação do período

O "custo efetivo" do financiamento é a TIR do fluxo de caixa:



f	FIN	f2
	200000	CHS g CF ₀
	69600,00	g CF ₁
	80861,72	g CF ₂
	91451,46	g CF ₃
	101182,31	g CF ₄
f	IRR 23,86% a.a.

Descontando a inflação, o custo REAL efetivo fica:

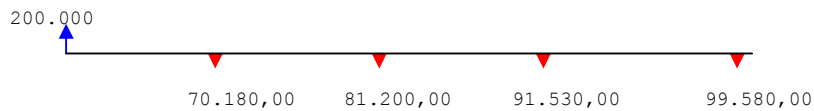
$$(1+i_{\text{real}})^4 = \frac{(1+i_{\text{TOTAL}})^4}{(1+i_{\text{INFLAÇÃO}})^4} \Rightarrow (1+i_{\text{real}})^4 = \frac{(1,2386)^4}{(1,94581)^4} = \frac{2,35}{1,94581} = 1,21$$

Assumindo que o IGP-M mede a inflação real

$$i_{\text{real}} = \sqrt[4]{1,21} - 1 = (1,21)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,048796 - 1 = 0,0488 \text{ ou } 4,88\% \text{ a.a.}$$

b. A atualização pelo DÓLAR fica:

Ano	Prestação não atualizada	Juros	Amortização	Saldo Devedor	Inflator (\$)	Prestação atualizada
0	-----			200.000,00	200/200	
1	58.000				242/200	70.180,00
2	56.000				290/200	81.200,00
3	54.000				339/200	91.530,00
4	52.000				383/200	99.580,00



O custo efetivo real do financiamento é a TIR deste fluxo de caixa:

f FIN f 2
 200000 CHS g CF₀
 70180 g CF_j
 81200 g CF_j=
 91530 g CF_j
 99580 g CF_j
 f IRR 23,88% a.a.

O custo REAL efetivo médio é:

$$(1+i_{\text{real}})^4 = \frac{(1+i_{\text{TOTAL}})^4}{(1+i_{\text{INFLAÇÃO}})^4} \Rightarrow (1+i_{\text{real}})^4 = \frac{(1,2388)^4}{(1,94581)^4} = \frac{2,355}{1,94581} = 1,210332$$

$$i_{\text{real}} = \sqrt[4]{1,210332} - 1 = (1,210332)^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,048881 - 1 = 0,0488 \text{ ou } 4,88\% \text{ a.a.}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Um empréstimo de R\$ 100.000,00 deve ser pago em três meses, com juros de 18% a.m.. Descreva como será o pagamento em cada caso e faça uma planilha (com pagamentos, juros, amortização e saldo devedor) para os casos em que o pagamento é parcelado:
 - a. Capital e Juros Simples pagos no final. **Resp: R\$ 154.000,00**
 - b. Capital e juros compostos pagos no final **Resp: R\$ 164.303,20**
 - c. Juros pagos mensalmente e capital pago no final (Sistema Americano) **Resp: R\$ 18.000,00 por mês e R\$ 100.000,00 no final**
 - d. Juros simples pagos antecipadamente e capital pago no final. **Resp: R\$ 54.000,00 antecipados (empréstimo real de R\$ 46.000,00) e também R\$ 100.000,00 no final.**
 - e. Juros compostos pagos antecipadamente e capital pago no final. **Resp: R\$ 64.303,20 antecipados (empréstimo real de R\$ 35.696,80) e também R\$ 100.000,00 no final**
 - f. Três prestações mensais iguais, vencendo a primeira 30 dias após o empréstimo (Sistema Price) **Resp: Três prestações mensais de R\$ 45.992,39**
 - g. Três prestações mensais com amortizações iguais, pelo SAC. **Resp: Três prestações mensais de R\$ 51.333,33; R\$ 45.333,33 e R\$ 39.333,33, respectivamente**
 - h. Três prestações mensais, pelo Sistema SAM **Resp: Três prestações mensais de R\$ 48.662,86; R\$ 45.662,86 e R\$ 42.662,86, respectivamente**
 - i. Duas prestações mensais iguais, vencendo a primeira 60 dias após o empréstimo. **Resp: Duas prestações mensais de R\$ 75.368,44 vencendo respectivamente 60 e 90 dias após o empréstimo.**
2. Uma pessoa tomou um empréstimo de R\$ 75.000,00 a 15,5% a.m. para pagar em seis meses pelo sistema Americano. A fim de economizar a quantia que deve pagar no final (capital mais última parcela de juros), faz depósitos numa instituição financeira que paga 12,7% a.m.. Que depósito deve fazer no início de cada mês? Faça o demonstrativo com depósitos, juros recebidos e montante em cada período. **Resp: R\$ 9.305,60**
3. Precisando de algum dinheiro, fui penhorar minhas jóias numa casa de penhor que as avaliou em R\$ 18.000.000,00. Os juros de praxe são calculados no sistema de juros simples, à taxa de 6% a.m., pelo prazo de seis meses e retidos antecipadamente.
 - a. Quanto recebi em dinheiro na data da penhora? **Resp: R\$ 11.520.000,00**
 - b. Quanto devo pagar no final, ao retirar as jóias? **Resp: R\$ 18.000.000,00**
 - c. Qual a taxa efetiva de juros simples cobrada na penhora? **Resp: 9,375% a.m.**
 - d. Qual a taxa efetiva de juros compostos cobrada na penhora? **Resp: 7,72% a.m.**
4. Uma pessoa contraiu uma dívida de R\$ 26.000,00 para ser resgatada no fim de dois anos com juros de 50,07% a.s., capitalizados semestralmente. Para construir um fundo de amortização, faz depósitos trimestrais (imediatos) numa instituição financeira que lhe paga 20% a.t..
 - a. Quanto deverá depositar por trimestre a fim de ter o suficiente para pagar o capital mais os juros no fim dos dois anos? **Resp: R\$ 7.992,62**
 - b. Se pagar os juros semestralmente (sistema Americano), quanto deve depositar por trimestre para pagar os juros nas datas previstas e o capital no final? **Resp: R\$ 7.493,21**
 - c. Faça um demonstrativo para verificar que os depósitos são suficientes para pagar quantias necessárias nas datas previstas.
5. Uma pessoa toma emprestado um valor de R\$ 100.000,00 para pagar com juros de 12% a.m., em cinco prestações mensais, vencendo a primeira dez meses após o empréstimo.
 - a. De quanto serão as prestações? **Resp: R\$ 76.927,90**
 - b. Qual a taxa efetivamente cobrada pela financeira, se na data do empréstimo é cobrada uma taxa de seguro de 2,5% sobre seu valor? **Resp: 12,24% a.m.**
6. Uma pessoa toma um empréstimo de R\$ 200.000,00 pelo prazo de um ano. O credor propõe-lhe, para escolha, duas formas de pagamento: um pagamento final de R\$ 53.000,00 ou pagamentos trimestrais de R\$ 630.000,00 e o capital final. Qual a forma de pagamento que o tomador deve escolher? Justifique. **Resp: deve escolher a primeira forma(pagamento final de R\$ 530.000,00) que corresponde a uma taxa de juros de 8,46% a.m.**
7. Um empréstimo deve ser saldado daqui a dois meses com um único pagamento de R\$ 100.000,00. O devedor propõe pagar R\$ 60.000,00 agora e os restantes R\$ 40.000,00 com data a combinar. Se o credor quer ganhar 15% a.m., capitalizados mensalmente, qual será a data fixada para o segundo pagamento? **Resp: Daqui a 6 meses e 22 dias**
8. Uma pessoa tomou emprestado R\$ 20.000,00 para pagar depois de oito meses o capital mais os juros compostos de 12% a.m.. Dois meses antes da data marcada para a liquidação da dívida, procurou o credor propondo um pagamento de R\$ 12.000,00 naquela data e se comprometendo a pagar R\$ 34.000,00 após dois meses. O credor aceitou o acordo.
 - a. Quanto o devedor deveria pagar no final dos oito meses se o contrato não sofresse alteração **Resp: R\$ 49.519,26**
 - b. Quanto ficou devendo após efetuar o pagamento de R\$ 12.000,00 na data do acordo? **Resp: R\$ 27.476,45**
 - c. Quem levou vantagem com o acordo, o devedor ou o credor? Justifique **Resp: O devedor levou vantagem, porque reduziu a taxa para 11,23% a.m.**

9. Um empréstimo de R\$ 120.000,00 deve ser pago pelo sistema PRICE em quatro prestações mensais, com juros de 10% a.m.. Calcular o valor das prestações nos seguintes casos:
- A primeira vence seis meses após o empréstimo. Resp: R\$ 60.968,27
 - As prestações são imediatas. Resp: R\$ 37.856,50
 - As prestações são imediatas e devem ser atualizadas de acordo com as seguintes taxas mensais de inflação 5,68%, 9,18%, 12,84% e 14,14%. Faça o demonstrativo deste caso contendo prestações, juros, amortização, saldo devedor e saldo devedor atualizado. Resp: As prestações serão, assim, respectivamente: R\$ 40.006,75; R\$ 43.679,37; R\$ 49.287,80; R\$ 56.257,09
10. Um empréstimo de R\$ 250.000,00 deve ser pago, com juros de 8% a.m. , em 20 parcelas mensais, pelo SAC. Calcule os dois primeiros e os dois últimos pagamentos e faça um demonstrativo com apenas esses períodos. Resp: 1º: R\$ 32.500,00 2º.: R\$31.500,00 19 R\$14.500,00 20º: R\$ 13.500
11. Uma financeira empresta dinheiro por seis meses a 15% a.m. de juros compostos. Na data da liberação do empréstimo, 5% do seu valor fica retido a título de caução.
- Qual a taxa mensal efetiva que o tomador paga, se o valor da caução não é restituído? Resp: 15,99% a.m.
 - Qual a taxa mensal efetiva que o tomador paga, se o valor da caução é restituído na data em que salda a dívida? Resp: 15,57% a.m.
12. Uma financeira cobra juros compostos antecipados de 7,5% a.m. nos empréstimos que concede. Se uma empresa precisa de R\$ 2.000.000,00 por três meses, quanto deve solicitar para que, pagando os juros, receba a quantia de que necessita? Resp: R\$ 2.639.556,23

O MERCADO FINANCEIRO

O **mercado financeiro** é o mercado onde os recursos excedentes da economia (poupança) são direcionados para o financiamento de empresas e de novos projetos (investimentos). No mercado financeiro tradicional, o dinheiro depositado em bancos por poupadores é utilizado pelas instituições financeiras para financiar alguns setores da economia que precisam de recursos. Por essa intermediação, os bancos cobram do tomador do empréstimo (no caso as empresas) uma taxa - *spread* -, a título de remuneração, para cobrir seus custos operacionais e o risco da operação. Quanto maior for o **risco** de o banco não receber de volta o dinheiro, maior será a *spread*.

O **mercado de capitais** faz parte do **mercado financeiro**. Nele, os recursos dos poupadores são destinados à promoção do desenvolvimento econômico de **forma direta**, isto é, de projetos e empresas. É no **mercado de capitais** que empresas que precisam de recursos conseguem financiamento, por meio da **emissão de títulos**, vendidos diretamente aos poupadores/investidores, sem intermediação bancária. Dessa forma, os **investidores** acabam emprestando o dinheiro de sua poupança às empresas, também sem a intermediação bancária.

O repasse dos recursos de poupadores/investidores às empresas pode ser feito de duas formas :

1. **Dívida:** Os investidores compram **títulos** (obrigações, ou no inglês, bonds) emitidos pelas empresas que precisam de dinheiro. Esses títulos dão aos investidores o direito de receber a quantia emprestada, mais juros previamente determinados. Os títulos são chamados de **títulos de dívida** e esse mercado é conhecido como **mercado de renda fixa**.
2. **Ações:** Também aqui os investidores compram **títulos** emitidos por empresas. Mas os títulos **não** garantem remuneração *fixa* aos investidores. A remuneração dos títulos são os **dividendos** - parte do lucro que uma empresa de capital aberto distribui entre seus acionistas. Os investidores tornam-se **sócios** da empresa. Esses títulos são chamados **ações** e o mercado é conhecido como **mercado de renda variável**.

Entre o **mercado de capitais** e o **mercado financeiro** tradicional existem **duas diferenças básicas**, que tornam o primeiro mais eficiente do que o segundo:

- No mercado de capitais a captação de recursos por empresas é mais barata, pois não há necessidade do pagamento da *spread* aos bancos.
- Para o **investidor** é vantajoso, pois ele pode desfazer-se do título a qualquer momento, o que não seria possível num empréstimo tradicional. Ou seja, se o **investidor** mudar de opinião quanto ao **risco** de investir em determinada empresa, pode vender os títulos no mercado. Essa **liquidez** (facilidade de compra e de venda) reduz o seu **risco** de perda. Assim, o mercado de capitais faz com que o repasse de recursos dos poupadores às empresas seja mais interessante para ambas as partes .

O **mercado de capitais** é fundamental para o crescimento de um país, pois sem ele muitos projetos não conseguiriam sair do papel por falta de capital e financiamento. Muitas empresas perderiam sua competitividade e dificilmente conseguiriam desenvolver-se. Poucas sobreviveriam num ambiente sem a injeção de capital de investidores.

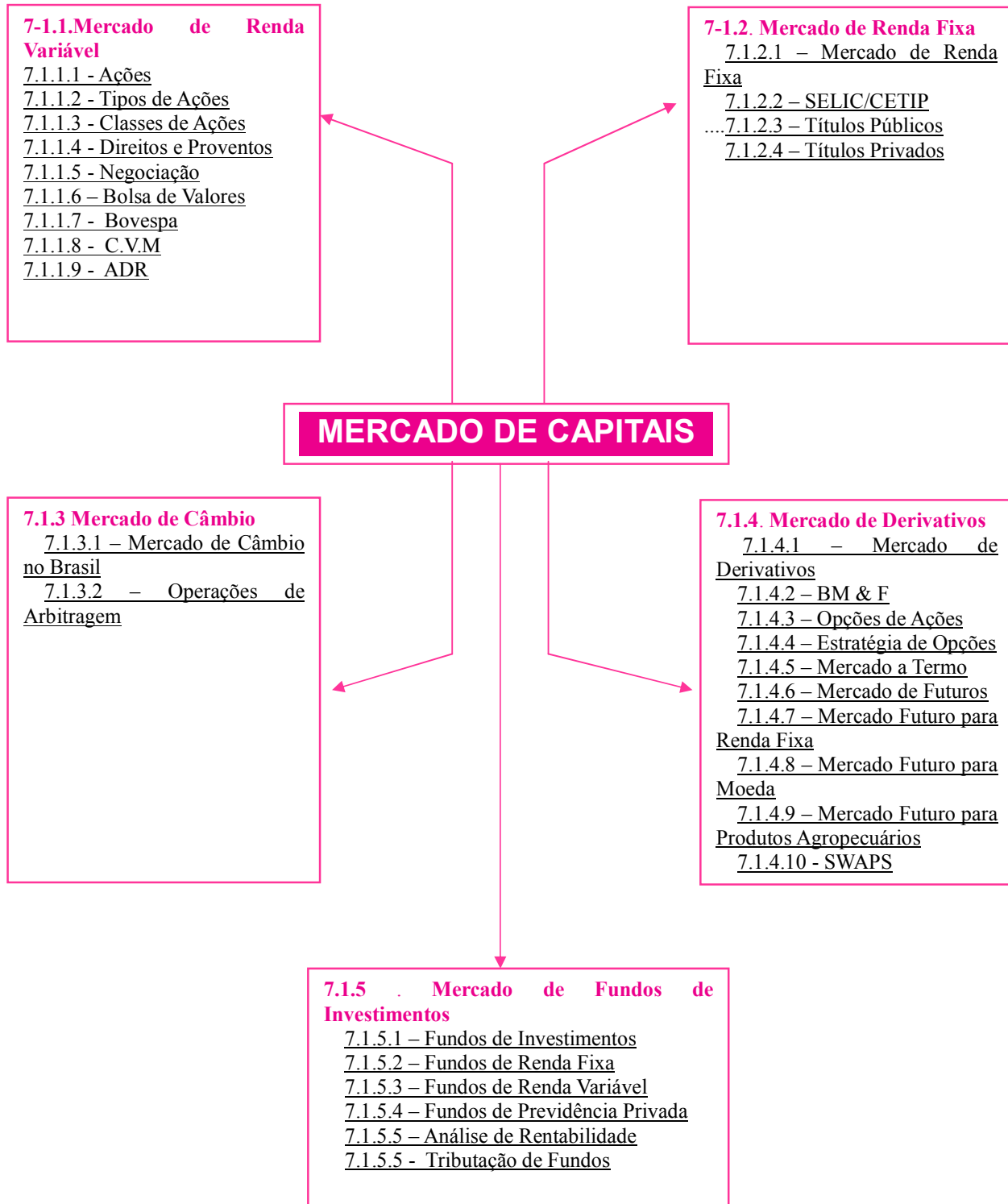
7.1 – O MERCADO DE CAPITALIS

A colocação inicial dos títulos no mercado é chamada de lançamento no mercado primário. Quando essa colocação é feita pela primeira vez, no caso de ações, por exemplo, diz-se que a empresa está sendo listada em bolsa (em inglês IPO- Initial Public Offering).

A negociação desses títulos após a oferta inicial é feita em mercados secundários específicos. No Brasil temos:

- As bolsas de valores para as ações
- A Cetip (Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados) para os títulos de dívida das empresas.
- O Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia) para títulos públicos,

O Mercado de Capitais no Brasil pode ser esquematizado da seguinte maneira:



7.1.1 - MERCADO DE RENDA VARIÁVEL - AÇÕES

7.1.1.1 – O QUE SÃO AÇÕES?

Ações são a menor parcela do capital de uma empresa. As ações são títulos que **não** garantem remuneração predeterminada aos investidores. Como parte do capital de uma empresa, têm sua remuneração determinada pela capacidade da empresa em gerar lucro.

Os detentores de ações são *sócios* da empresa e, como tal, correm o risco de sucesso ou fracasso das estratégias adotadas pela mesma. Se o investidor mudar de opinião quanto à capacidade da empresa em conseguir lucro no mercado, pode comprar ou vender os papéis. Essa negociação é feita nas bolsas de valores, um mercado livre e aberto. O funcionamento desse mercado é regulado pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), cujo objetivo é garantir transparência nos negócios realizados em bolsa e das informações fornecidas pelas empresas.

VI.1.1.2 - TIPOS DE AÇÃO

ORDINÁRIAS (ON) - Conferem a seu detentor, chamado de acionista, o direito de voto nas assembleias de acionistas da empresa. Na assembleia são definidas as estratégias de negócios, são escolhidos os conselheiros e os diretores da empresa. Os dividendos - parte do lucro que a empresa distribui entre seus acionistas - podem não ser prioritários para esse tipo de ação.

PREFERENCIAIS (PN) - O acionista não participa das decisões estratégicas da empresa, mas por outro lado tem prioridade no recebimento de dividendos. Também em situações em que a empresa entra em processo de falência ou de dissolução, esse acionista tem prioridade no recebimento dos recursos oriundos da venda dos ativos da companhia. As ações preferenciais são as mais procuradas por investidores, apresentando maior liquidez (facilidade de compra e de venda no mercado). Por isso, é comum as ações preferenciais terem preço superior ao das ordinárias.

7.1.1.5 - NEGOCIAÇÃO

Formação de preço

O preço das ações está diretamente relacionado à oferta e à procura. Quando as perspectivas de crescimento dos lucros de uma empresa aumentam, ampliando suas chances de valorização no mercado, a procura pelas ações da empresa também cresce e, conseqüentemente, seu preço.

As perspectivas envolvem fatores como a política econômica, estratégias da empresa, lançamentos, inovações tecnológicas e aumento da competitividade dentro de seu setor. Fusões, aquisições ou a possibilidade de fechamento de capital (recompra de todas as ações em circulação no mercado) também influenciam no preço das ações.

Lotes redondos e fracionados

Ao comprar ações na bolsa de valores por meio de corretoras é preciso determinar a quantidade de ações, isto é, os lotes que se quer adquirir. Em geral são negociados lotes com 1.000 ações. Isso significa que o preço de negociação em bolsa se refere a 1.000 ações. Apenas algumas ações são negociadas em lotes unitários. Os lotes fechados são chamados no mercado de lotes redondos. Há ainda a opção de compra de lotes menores do que os mínimos. São os lotes fracionados. O mercado fracionário tem liquidez menor, além de preços menos atraentes para o investidor.

Tipos de ordem de compra e venda :

- *Ordem a mercado*: O investidor especifica apenas a quantidade e o tipo de ação que quer comprar ou vender, sem estabelecer o preço, definido pelo mercado.
- *Ordem limitada*: O investidor limita o preço de compra ou de venda das ações para a corretora, que só executará o pedido se o mercado estiver operando de acordo com os limites estabelecidos.
- *Ordem casada*: O investidor especifica uma ordem de compra ou de venda de ações a um determinado valor, que só será executada se ambas as ordens forem atendidas.
- *Ordem de financiamento*: O investidor especifica uma ordem de compra ou de venda de uma ação e outra ao mesmo tempo de venda ou de compra da mesma ação, no mesmo mercado ou em outro

7.1.1.6 - BOLSA DE VALORES

A bolsa de valores é um local, físico ou eletrônico, onde são negociados títulos e valores mobiliários emitidos por empresas. As ações são os títulos mais comprados e vendidos nas bolsas.

Como local físico (pregão), a bolsa de valores pode ser comparada a uma feira livre, onde os vendedores gritam os preços pelos quais estão dispostos a vender seus títulos. A freguesia também grita os preços que quer pagar pelos títulos. Dessa forma, a aparente confusão que se imagina existir no pregão das bolsas de valores nada mais é do que compradores e vendedores tentando chegar a um acordo quanto ao preço das ações.

No caso da bolsa eletrônica, as ordens de compra e de venda são enviadas eletronicamente pelas corretoras. O fechamento da operação somente se dá no momento em que os dois preços (de compradores e vendedores) coincidem.

Exemplo: Supondo que uma corretora envie uma ordem de compra de uma ação no valor de R\$ 100,00. Essa ordem é registrada no sistema e fica à espera da primeira ordem de venda enviada ao mesmo preço. No momento em que a ordem de venda coincidir com a de compra, o negócio será automaticamente fechado.

É importante ter em mente que Bolsa não é cassino. Por isso não deve ser vista como tal. Como descrito no item **Mercado de Capitais**, os investidores compram ações com o objetivo de tornarem-se sócios de uma empresa.

7.1.1.7 - BOVESPA

A BOVESPA é a Bolsa de Valores de São Paulo, fundada em agosto de 1890. Sua sede administrativa fica na Rua XV de Novembro, 275, no centro da cidade de São Paulo.

Atualmente, a Bovespa é a instituição com maior destaque no mercado acionário brasileiro por abrigar o maior centro de negociação dentre as nove bolsas de valores do País. A Bovespa é uma instituição formada por associações civis sem fins lucrativos, com autonomia administrativa, financeira e patrimonial. Toda regulamentação é supervisionada pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

A Bovespa é integrada por sociedades corretoras que operam por meio de dois sistemas: o *físico* (Pregão - Viva Voz) e o *eletrônico* (Megabolsa). Além de ações, a Bovespa negocia também outros valores mobiliários de emissão ou co-responsabilidade de companhias abertas, como debêntures, notas promissórias (commercial-paper), opções, bônus de subscrição e cota de fundos. Pela sua importância na América do Sul, a Bovespa também compra e vende certificados de depósitos de ações de empresas do Mercosul, chamados **BDRs** (Brazilian Depositary Receipts), negociados de forma semelhante às ADRs.

7.1.1.8 - COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS

A Comissão de Valores Mobiliários (**CVM**) é responsável pela *regulamentação e fiscalização* do **mercado de capitais** no Brasil. Como autarquia, sua administração é autônoma, embora a nomeação de seu presidente e de seus quatro diretores seja feita pelo Presidente da República. A principal função da **CVM** é garantir aos **investidores** do mercado de capitais segurança em suas operações. Essa segurança é possível por meio de normas, de maneira que as empresas possam ter suas **ações** negociadas em bolsa. A **CVM** também normatiza operações societárias (mudanças na estrutura acionária) e financeiras que possam colocar em risco a correta avaliação das empresas abertas (listadas em bolsa) por parte dos acionistas minoritários.

Companhias listadas na **Bovespa**

Para uma empresa ter suas ações negociadas em bolsa deve ser uma companhia ou **Sociedade Anônima** (SA) de acordo com a Lei nº 6.404, de 15 dezembro de 1976, além de estar regulamentada pela **CVM**, apresentando sua situação financeira periodicamente.

As principais informações financeiras que as empresas devem enviar à **CVM** e o prazo para sua divulgação são :

Tipo	Descrição	Periodicidade	Entrega Até:
DFP	Demonstrações Financeiras Padronizadas	Anual	31/mar
IAN	Informações Anuais	Anual	31/mai
1º. ITR	Informações Trimestrais	Trimestral	15/abr
2º. ITR	Informações Trimestrais	Trimestral	15/jul
3º. ITR	Informações Trimestrais	Trimestral	15/out

7.1.1.9 - American Depositary Receipts (ADR)

Os American Depositary Receipts são **recibos** emitidos por *bancos americanos*, lastreados em ações de empresas de outros países, como o Brasil, por exemplo. Os **ADR** são negociados nas bolsas americanas como se fossem ações. Todos os direitos e proventos são enviados ao investidor. O **ADR** também é utilizado por empresas para captar recursos no Exterior.

Existem três tipos de ADR:

Nível I - Recibos emitidos para dar **liquidez** às ações das empresas no **mercado secundário** americano, não permitindo que os recursos sejam captados pela empresa emissora da ação. Têm custo de emissão menor e só podem ser negociados no **mercado de balcão** americano, por investidores pré-qualificados pela SEC, órgão americano com funções semelhantes às da comissão de Valores Mobiliários (**CVM**).

Nível II - Os **ADRs** de Nível II têm as mesmas características dos de Nível I, podendo, no entanto, ser negociados em bolsa por qualquer investidor, uma vez que cumprem todos os requisitos de negociação de ações de empresas americanas estabelecidos pela SEC, inclusive as normas de contabilidade americanas (USGAAP).

Nível III - Recibos que cumprem todos os requisitos de negociação de ações americanas estabelecidos pela SEC. São emitidos por empresas que desejam captar recursos (**mercado primário**).

7.1.2 - MERCADO DE RENDA FIXA

7.1.2.1 - Mercado de Renda Fixa

O mercado de renda fixa tem como característica a negociação de títulos de dívida, que permitem aos investidores receber a quantia emprestada (principal) mais juros previamente determinados. Uma maneira de entender melhor esse mercado é entender a diferença entre o rendimento de **títulos de renda variável (ações)** e **títulos de renda fixa**:

- **Os títulos de renda variável (Ações)** não garantem ao investidor rendimento definido, não pagam juros sobre o capital, mas, dependendo do desempenho da empresa, o rendimento pode ficar muito acima dos títulos de renda fixa. Além disso, tem-se ainda a vantagem de conseguir *dividendos* quando uma empresa tem lucro em determinado período.
- **Os títulos de renda fixa** garantem ao investidor rendimentos predeterminados, como, por exemplo, a **taxa de juros** prefixada ou pós-fixada. Esses títulos são seguros para os investidores, uma vez que a possibilidade de perda de patrimônio é tendente a zero, isto é, dificilmente o valor na data de resgate será inferior ao valor investido. Os **títulos** são chamados de *privados* quando emitidos por instituições privadas e *públicos* quando emitidos pelo governo municipal, estadual ou federal.

Os títulos públicos federais são negociados entre bancos e instituições financeiras por meio do **Selic**. Os títulos privados, públicos estaduais e municipais são negociados e liquidados na **Cetip**. O investidor só tem acesso aos títulos públicos indiretamente, por meio dos fundos de investimentos.

7.1.2.2 - SELIC/CETIP

O **SELIC** (*Sistema Especial de Liquidação e Custódia*) foi criado em 1979 e é administrado pelo **Banco Central do Brasil** por meio do **Comitê de Política Monetária (COPOM)**. Tem por finalidade administrar o **Mercado de Papéis Públicos**, predominantemente os federais de responsabilidade de órgãos públicos: **Banco Central do Brasil (BACEN)** e a Associação Nacional das Instituições dos Mercados Abertos (**ANDIMA**). É por meio desse *sistema* que as instituições financeiras conseguem negociar títulos federais com liquidação imediata

O **BACEN** emite os papéis com fins de Política Monetária do Governo, ou seja, controlar os meios de pagamento. Assim temos:

- **BBC** (Bônus do Banco Central);
- **LBC** (Letras do Banco Central);
- **BBC – A** (Bônus do Banco Central – Série A);
- **NBC – A** (Notas do Banco Central – Série E)

A **STN** (Secretaria do Tesouro Nacional) emite os seus papéis com fins de Política Orçamentária, ou seja, cobrir o orçamento do Governo que insiste em gastar mais do que arrecada, surgindo, então, as :

- **LTN** – Letras do Tesouro Nacional que são exatamente iguais aos **BBC** e portanto inteiramente diferentes das Letras do Tesouro anteriormente citadas
- **LFT** – Letras Financeiras do Tesouro que são absolutamente iguais às LBC
- **NTN** – H (Notas do Tesouro Nacional – Série H) que são atreladas à **TR**;
- **NTN** – D (Notas do Tesouro Nacional – Série D) que são completamente iguais às NBC – E.

A moeda com que o SELIC negocia é a reserva bancária, ou seja, dinheiro imediatamente disponível.

A **Taxa SELIC** é a taxa média ajustada dos financiamentos diários, com **lastro** em títulos federais, apurados no SELIC. É também conhecida como taxa do *overnight* (**D0 – Dê zero**), é formada pela movimentação de reservas entre as instituições financeiras lastreadas em títulos públicos federais.

As taxas do SELIC de 1995 até 2001 estão mostradas abaixo:

SELIC	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Janeiro	0,00%	2,58%	1,73%	2,67%	2,18%	1,46%	-
Fevereiro	3,63%	2,35%	1,67%	2,13%	2,38%	1,45%	-
Março	2,60%	2,22%	1,64%	2,20%	3,33%	1,00%	-
Abril	4,26%	2,07%	1,66%	1,71%	2,35%	-	-
Maior	4,25%	2,01%	1,58%	1,63%	2,02%	-	-
Junho	4,04%	1,98%	1,61%	1,60%	1,67%	-	-
Julho	4,02%	1,93%	1,60%	1,70%	1,66%	-	-
Agosto	3,84%	1,97%	1,59%	1,48%	1,57%	-	-
Setembro	3,32%	1,90%	1,59%	2,49%	1,49%	-	-
Outubro	3,09%	1,86%	1,67%	2,94%	1,38%	-	-
Novembro	2,88%	1,80%	3,04%	2,63%	1,39%	-	-
Dezembro	2,78%	1,80%	2,97%	2,40%	1,60%	-	-

A taxa SELIC representa a taxa básica da economia brasileira !!!! Em Janeiro de 2001 a taxa SELIC estava em torno de 15,75% ao ano. Neste momento a taxa de juros nos EEUA estava em baixa e o nosso COPOM estava estudando uma redução dessa taxa internamente no país. O Brasil lucrou bastante com a redução da taxa internacional: conseguiu comprar eurobônus com preços mais baixos.

A CETIP (Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos), foi criada em 1986 com a finalidade de dar mais transparência, credibilidade e segurança nas operações realizadas no Mercado de Papéis Privados. É dirigida por um conselho de 5 membros que são presidentes das:

- Associação Nacional das Instituições do Mercado Aberto (ANDIMA) – Presidente
- Associação Nacional dos Bancos de Investimento e Desenvolvimento (ANBID)
- Federação Brasileira das Associações de Bancos (FEBRABAN)
- Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança (ABECIP)
- Associação das Empresas de Crédito, Financiamento e Investimento (ADECIF)

A CETIP administra as operações com os seguintes papéis:

- Letras de Câmbio (LC);
- CDB e RDB;
- DI (Depósitos Interfinanceiros);
- Debêntures; Letras Hipotecárias (LH);
- Liquidação dos movimentos das Bolsas de Valores e da Bolsa Mercantil e de Futuros (BM&F);
- Diversos tipos de operações com índices;
- Operações de Swap;
- TDA (Títulos da Dívida Agrária);
- LFT dos estados e municípios;
- Créditos Securitizados (moeda usada nas privatizações)

As três últimas operações são com títulos públicos.

A liquidação das operações se dá após um dia útil da negociação, formando a taxa Cetip (taxa D1 – Dê um). Conceitualmente, essa taxa determina os juros dos títulos privados, que são um pouco mais altos do que a taxa Selic, uma vez que representam os riscos de instituições privadas.

A tabela abaixo apresenta o ESTOQUE dos títulos divididos por sistema no dia 25/01/01:

Sistema	Volume em R\$ (milhões)	Participação (%) sobre o total
CETIP	49.188,8	12,19
- CDB	10.751,1	2,66
- DI	36.540,2	9,06
- Outros	1.897,5	0,47
SMP	20.542,1	5,09
SNA	87.272,1	21,63
- CDB	35.983,7	8,92
- Cert. Financ. Do Tesouro	16.805,1	4,16
- Outros	34.483,4	8,55
SPR	157.501,1	39,03
SCF	51.580,5	12,78
SND (Debêntures)	26.025,9	6,45
SLH (Letra Hipotecária)	6.037,5	1,50
Outros	5.356,4	1,33
Total	403.504,4	
FONTE: CETIP		

7.1.2.3 - TÍTULOS PÚBLICOS

Para captar recursos no mercado, e assim financiar projetos, o governo federal, por meio do **Tesouro Nacional** e do **Banco Central**, emite **títulos**, como **letras**, **notas** e **bônus**, vendidos a *instituições financeiras* num **leilão primário**. No **leilão primário** são negociados os títulos **diretamente** com o Tesouro Nacional. *Apenas instituições financeiras podem participar desse leilão*, encaminhando propostas para os **dealers**, que são os representantes do Tesouro.

Uma vez efetuada a compra, o título pode ser negociado ou servir como **lastro** para troca de reservas entre diferentes instituições financeiras. Para esse tipo de negociação, existe um **mercado secundário**, chamado **open market**, onde a venda de **títulos** é realizada com o compromisso de recompra futura. Esse mercado garante às instituições financeiras caixa proveniente da transferência de reservas lastreadas em **títulos públicos**. Quando essa venda tem garantia de recompra por **um dia** é classificada como **overnight**, que forma uma taxa de juros controlada e movimentada pela **Selic** para a formação da **taxa SELIC**.

Além dos títulos federais, há **títulos** emitidos por governos estaduais e municipais. Esse mercado, porém, tem pouca **liquidez** no Brasil. Confira a seguir os principais títulos públicos *federais*:

- **Letras do Tesouro Nacional (LTN)**: títulos com prazo mínimo de 28 dias, negociados com deságio.
- **Notas do Tesouro Nacional (NTN)**: títulos pós-fixados, atrelados a um indexador, como o **IGP** (Índice Geral de Preços) e a **TR** (Taxa Referencial). São nominativos e têm isenção de impostos nos juros pagos periodicamente.
- **Notas do Banco Central (NBC)**: títulos escriturais negociados com deságio, atrelados a um indexador econômico ou à **variação cambial**. Geralmente têm prazos de 90 e 180 dias.
- **Letras Financeiras do Tesouro (LFT)**: títulos com remuneração atrelada ao mercado overnight (Selic) e com alta **liquidez**.
- **Letras do Banco Central (LBC)**: título semelhante às LFT, emitido pelo Banco Central.
- **Bônus do Banco Central (BBC)**: título público de curto prazo, prefixado e negociado com deságio.

Para o **investidor** pessoa física e jurídica a única forma de aplicar em títulos públicos de renda fixa é indiretamente, por meio dos **fundos de investimentos**.

A tabela abaixo mostra os compradores dos papéis do governo no mercado primário – em %

Compradores no mercado primário	Modalidades de papéis					
	LFT	LTN 6m	LTN 12 m	NBC-E	NTN-C	Total
Banco Múltiplo Nacional**	69,7	64,3	32,6	26,2	54,6	47,0
Banco Múltiplo Estrangeiro**	10,9	13,4	44,4	60,5	31,2	35,2
Banco de Investimento Nacional	0,2	2,8	0,0	1,0	0,0	0,9
Banco de Investimento Estrangeiro	0,6	4,4	9,1	1,5	0,0	2,5
Corretora/Distribuidora Nacional	6,6	14,7	13,9	1,8	14,2	6,9
Corretora/Distribuidora Estrangeira	12,0	0,4	0,0	9,0	0,0	7,5
Total Geral	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

7.1.2.4 - TÍTULOS PRIVADOS

Títulos privados são **títulos** emitidos por *empresas* para a captação de recursos sob a forma de dívida. Esses títulos garantem a seu detentor remuneração preestabelecida, que varia em função do prazo da operação e do risco de crédito de cada empresa. Os principais títulos privados são:

- **Certificados de Depósito Bancário (CDB):** são *títulos de renda fixa* preestabelecida ou pós-fixada, emitidos por bancos (empresas) para pessoas **físicas** ou **jurídicas**, que *podem ser transferidos* para outros investidores por endosso nominativo. Os **CDB** podem ainda ser indexados aos **CDI**, à **TR**, **TJLP**, **TBF** ou ao **IGP**. A alíquota de Imposto de Renda que incide sobre eles é, ATUALMENTE, de 20% sobre o rendimento obtido. O Imposto sobre Operações Financeiras (**IOF**) é cobrado sobre títulos com prazo menor que 30 dias, seguindo uma proporção inversa ao tempo de aplicação: quanto maior o tempo que ficar aplicado, menor o imposto pago. Além do **CBD tradicional** existem ainda o **CBD Over**, o **Rural** e o **com taxas flutuantes** (taxas repactuadas mensalmente).
- **Recibo de Depósito Bancário (RDB):** parecido com o **CDB**, com a diferença de que é um título intransferível.
- **Letras de Câmbio (LC):** títulos negociáveis, provenientes de um empréstimo a uma financeira ou sociedade de crédito garantida por uma empresa não-financeira e usuária de bens e serviços. São tributadas, atualmente, em 20% de imposto de renda e **IOF**.
- **Letras Hipotecárias:** são **títulos** garantidos por instituições financeiras. São lastreados em crédito imobiliário, com prazo mínimo de 180 dias e juros fixos repactuados.
- **Debêntures:** **títulos** de médio e longo prazo emitidos por **sociedades anônimas** para financiar projetos e **capital de giro** junto a investidores. As **debêntures** são negociáveis e garantem a seu detentor pagamento de juros periódicos. Apesar de serem classificadas como títulos de renda fixa, as **debêntures** podem ter características de renda variável, como prêmios, participação no lucro da empresa ou até mesmo conversibilidade em ações da companhia. As **debêntures** são regulamentadas pela **Comissão de Valores Mobiliários**. As características das **debêntures** são: Nome da Empresa, Número da Emissão, Data da Emissão, Vencimento, Garantias, Tipo (**simples**, **conversível em ações** ou permutável), Valor, Cronograma de Pagamento de Juros e Datas de Repactuação de Juros, Banco responsável pela emissão e o Agente Fiduciário. A tributação para pessoas físicas é de, atualmente, 20% de imposto de renda e **IOF**. Para empresas, o imposto de renda varia de acordo com a faixa de faturamento.
- **Notas Promissórias:** também conhecidas por **commercial paper**, são **títulos de curto prazo** emitidos por *empresas* e **sociedades anônimas** para captar recursos de **capital de giro**. Não existe garantia real para o investidor, apenas fianças bancárias, representando como risco a situação atual e futura da empresa em honrar seus compromissos financeiros. É um título que pode ser negociado no **mercado secundário** e está de acordo com as regulamentações da **CVM**. A tributação é de, atualmente, 20% de imposto de renda para pessoas físicas.

7.1.3 - MERCADO DE CÂMBIO

No mercado de câmbio são negociados ativos financeiros (não todos da mesma moeda) com vencimentos determinados, cujos papéis em uma determinada moeda podem ser negociados contra papéis em outra moeda. Esse mercado existe porque as nações querem manter seu direito soberano de ter e controlar suas moedas próprias. Caso todos os países do mundo usassem a mesma moeda, o mercado de câmbio não existiria.

O início de uma operação no mercado de câmbio ocorre quando, por exemplo, uma empresa dos EUA exporta produtos para o Japão. O fabricante dos EUA precisa ser pago em dólares americanos, já o comprador no Japão possui *yen*, com o qual pagará o fabricante nos EUA. Assim, existem duas possibilidades dessa operação entre os EUA e o Japão, pois o exportador americano fatura ao importador japonês em dólares ou em *yens*:

- Se o exportador americano faturar em dólares, o importador japonês venderá *yens* para comprar dólares americanos no mercado de câmbio;
- Se o exportador americano faturar em *yens*, o exportador deve vender os *yens* para comprar dólares.

Qualquer que seja a moeda da fatura, alguém irá ao mercado de câmbio vender *yens* para comprar dólares.

7.1.3.1 - MERCADO DE CÂMBIO NO BRASIL

O mercado de câmbio negocia moedas estrangeiras conversíveis. Existem duas formas de se negociar moedas estrangeiras. A primeira é a negociação direta com o Exterior. A segunda é internamente no Brasil.

A primeira é formalmente restrita a bancos comerciais e de investimento, licenciados pelo Banco Central, pois este mercado é essencial para equilibrar a Balança de Pagamentos, e nela incluem a Balança Comercial, Balança de Serviços, Balança de Capitais e Transferências.

No mercado interno existe a negociação de câmbio entre vários participantes, como corretoras e casas de câmbio e investidores em geral.

A principal moeda negociada é o dólar. São quatro as taxas atuais de cotação do dólar:

- **Comercial:** formada pelas operações oficiais de compra e venda de moedas entre bancos e empresas como exportações, importações, captações ou empréstimos.
- **Interbancário:** formada pela negociação entre bancos, com prazo de liquidação financeira D+2.
- **Paralelo:** formada pelas operações informais de negociação de moeda realizadas em casas de câmbio ou doleiros.
- **Turismo:** formada pela negociação de dólares entre pessoas que irão viajar para o Exterior e casas de câmbio autorizadas.

A formação da taxa de câmbio é determinada diretamente pela oferta e procura da moeda (dólar). Constantemente o Banco Central interfere na oferta e/ou procura em função de fatores como: conjuntura socioeconômica interna e externa, política monetária e nível de reservas cambiais. Em 1998 certamente foi o ano que a comunidade empresarial brasileira começou a se preocupar com medidas mais concretas para aumentar o volume de exportações, principalmente em função das desvalorizações das moedas dos países do sudeste asiático (alguns economistas até falavam em dumping cambial). A maioria das nossas médias e pequenas empresas tem pouco know-how para exportar, sem mencionar a carência de linhas de financiamento e instrumentos financeiros adequados para alavancar a participação do Brasil no mercado global. Nesse contexto, é muito importante que principalmente os profissionais da área de tesouraria, vendas e suprimentos entendam corretamente a formação e as nuances acerca do mercado de câmbio

Exemplo:

Uma empresa **A** exportou bens e tem de receber dólar do importador estrangeiro. Para isso ela deve encontrar um banco que receba esses dólares no Exterior e os converta em reais. Após fechar uma taxa comercial com o Banco **X**, a empresa receberá os reais em dois dias úteis e pagará uma *taxa de fechamento de câmbio* para o banco.

O Banco **X** acabou comprando dólares da empresa **A** e no mercado interbancário (entre bancos) esses dólares serão provavelmente revendidos a uma taxa mais alta, garantindo um pequeno lucro na transação.

Quando ocorre uma crise ou um descontrole na cotação do dólar, o Banco Central intervém no mercado interbancário vendendo ou comprando grandes lotes de dólares com o objetivo de equilibrar a cotação e tranquilizar o mercado.

7.1.3.2 - OPERAÇÕES DE ARBITRAGEM

Operações realizadas pelos operadores de câmbio. Consiste na *compra de uma moeda estrangeira e na venda de outra moeda noutro mercado, conseguindo com isso uma diferença de taxas.*

EXEMPLO PRÁTICO

Quando uma empresa nacional tem uma dívida, em moeda de baixa liquidez, com uma empresa estrangeira, ela contrata um banco para receber os reais e compra dólares no mercado local. Esse mesmo banco remete esses dólares a um banco no Exterior, que por sua vez os troca pela moeda original da dívida, pagando a empresa.

7.1.4 - MERCADO DE DERIVATIVOS

7.1.4.1 - MERCADO DE DERIVATIVOS

O mercado de derivativos é resultante do mercado à vista, isto é, de todos os produtos negociados nesse mercado, assim como a formação de seus preços é derivada do mercado à vista. Geralmente ouve-se falar que os derivativos são produtos de risco e de alavancagem financeira (utilização de recursos de terceiros para aumentar o lucro sobre o próprio capital). Entretanto, o mercado de derivativos é um instrumento que tem como principal objetivo proteger o investidor de grandes oscilações de preços no mercado.

Outra característica do mercado de derivativos é a negociação de commodities. Commodities são ativos negociados na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) como ouro, índice bovespa, moedas, cupom cambial, juro interbancário, títulos da dívida externa (C-Bonds, E I-Bonds, FRB) e ativos agropecuários (boi gordo, bezerro, algodão, soja, açúcar, álcool, milho e café).

Os principais produtos do mercado de derivativos são :

- **Contratos futuros:** são contratos realizados entre duas contrapartes com vencimento futuro, da qual são fixados os montantes e valores de compra e venda de uma determinada commodity, obedecendo a um ajuste diário de posições e de margens.
- **Opções sobre o disponível:** opção por meio da qual um investidor adquire o direito de comprar ou vender uma commodity a um preço e a uma data preestabelecidos de um outro investidor.
- **Opções sobre o futuro:** opção da qual um investidor adquire o direito de comprar ou vender um contrato futuro a um preço e uma data preestabelecidos, de um outro investidor.
- **A Termo:** contratos de compra e venda de commodities futuro com preços e prazos definidos, diferenciando-se dos contratos futuros por não apresentarem ajustes diários. A liquidação física e financeira se dá na data determinada no contrato a termo. Existe a necessidade de depósito de margem para o comprador do contrato.
- **Swaps:** troca de índices entre dois investidores com o objetivo de evitar riscos. A maioria dos investidores utiliza o swap para proteger-se de desvalorizações de moedas. Um **exemplo:** Imagine que um investidor "x" tenha uma dívida (passivo) em dólar, com vencimento daqui a um ano. Sua renda é em reais. Para pagá-la, ele estaria trocando reais por dólar na data de vencimento. Mas durante esse período o real se desvalorizou a um patamar inviável. Esse mesmo investidor então estará gastando muito mais reais para cobrir sua dívida em dólar. Se ele tivesse feito um swap e trocado seu risco de dólar para reais, teria evitado essa brusca oscilação do mercado. Esse mecanismo de proteção se chama hedge.

7.1.4.2 - BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS (BM&F)

A Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) foi fundada em outubro de 1917. Criada para regulamentar, controlar e oferecer parâmetros, opera hoje todos os negócios do mercado futuro e alguns negócios à vista de determinadas commodities.

A BM&F se responsabiliza em garantir o cumprimento dos contratos fechados, ou seja, pela entrega financeira ou física das commodities com os preços, as taxas e qualidades iguais às dos contratos firmados.

Permite ainda a formação de preços a mercado, sem interferência, e a realização dos serviços de liquidação e custódia. Outro **papel fundamental** da BM&F é *popularizar e difundir* a cultura do mercado de futuros e derivativos.

Na BM&F existe um pregão físico onde são negociadas as principais commodities do mercado. Cada commodity é negociada em uma roda formada por operadores de corretoras de valores .

As principais bolsas do mundo que negociam [commodities](#) e futuros no mundo são a Bolsa de Chicago (Chicago Board of Trade (<http://www.cbot.com/>) e a Bolsa de Londres, de Nova Iorque. Confira os contratos negociados na [BM&F](#):

CONTRATO FINANCEIRO

OURO

- Contrato Disponível Padrão de Ouro de 250 gramas
- Contrato Disponível Fracionário de Ouro de 10 gramas
- Contrato Disponível Fracionário de Ouro de 0,225 grama
- Contrato Futuro de Ouro 250 gramas
- Contrato de Opções de Compra sobre Disponível Padrão de Ouro
- Contrato de Opções de Venda sobre Disponível Padrão de Ouro
- Contrato a Termo de Ouro

ÍNDICE

- Contrato Futuro de [Ibovespa](#)
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de [Ibovespa](#)
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de [Ibovespa](#)
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de [Ibovespa](#) - Modelo Europeu
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de [Ibovespa](#) - Modelo Europeu

TAXAS DE CÂMBIO

- Contrato Futuro de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Compra sobre [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Venda sobre [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato Futuro Fracionário de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial

TAXAS DE JURO

- Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Compra sobre Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Venda sobre Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato Futuro de [Cupom Cambial](#)
- Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de 30 Dias Prefixada
- Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Longo Prazo - [DI](#) Longo

TÍTULOS DA DÍVIDA EXTERNA

- Contrato Futuro de Capitalization Bond
- Contrato Futuro de Eligible Interest Bond
- Contrato Futuro de **Floating** Rate Bond

A tabela abaixo apresenta o perfil da dívida externa brasileira em bilhões de US\$:

Discriminação	NOV/00		DEZ/99		DEZ/98		DEZ/97	
	Valor	% do total	Valor	% do total	Valor	% do total	Valor	% do total
Dívida externa por prazo								
Médio e longo prazos (Dívida registrada)*	202,45	87,4	214,08	88,7	215,21	89,1	158,30	82,0
Curto prazo (Dívida não registrada)**	29,08	12,6	27,39	11,3	26,43	10,9	34,82	18,0
Dívida externa por devedor								
Setor público não financeiro	90,34	39,0	100,68	41,7	95,37	39,5	86,72	44,9
Médio e longo prazos	87,62	37,8	97,36	40,3	91,98	38,1	80,98	41,9
Curto prazo	2,72	1,2	3,32	1,4	3,38	1,4	5,74	3,0
Setor Privado	141,19	61,0	140,79	58,3	146,28	60,5	106,40	55,1
Médio e longo prazos	114,83	49,6	116,71	48,3	123,23	51,0	77,32	40,0
Curto prazo	26,36	11,4	24,07	10,0	23,05	9,5	29,08	15,1
TOTAL	231,53	100,0	241,47	100,0	241,64	100,0	193,12	100,0

FONTE: [Banco Central do Brasil](#)

* Dados estimados a partir de 1999, considerando as variações cambiais

** Inclui a dívida de curto prazo registrada

CONTRATOS ELETRÔNICOS

SWAPS

- Contratos a Termo de Troca de **Rentabilidade**

OPÇÕES FLEXÍVEIS

- Contrato de Opções de Compra Flexíveis de **Taxa de Câmbio** de Reais por Dólar EUA
- Contrato de Opções de Venda Flexíveis de **Taxa de Câmbio** de Reais por Dólar EUA
- Contrato de Opções de Compra Flexíveis de Índice **Bovespa**
- Contrato de Opções de Venda Flexíveis de Índice **Bovespa**

AGROPECUÁRIOS

- Contrato Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato Futuro de Álcool Anidro Carburante
- Contrato Futuro de Algodão
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Algodão
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Algodão
- **Contrato Futuro de Boi Gordo**
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Boi Gordo
- **Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Boi Gordo**
- Contrato Disponível de Café Arábica
- Contrato Futuro de Café Arábica
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Café Arábica
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Café Arábica
- Contrato Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato Futuro de Soja em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Soja em Grão a Granel

TÍTULOS DA DÍVIDA EXTERNA

- Contrato Futuro de Capitalization Bond
- Contrato Futuro de Eligible Interest Bond
- Contrato Futuro de [Floating](#) Rate Bond

A tabela abaixo apresenta o perfil da dívida externa brasileira em bilhões de US\$:

Discriminação	NOV/00		DEZ/99		DEZ/98		DEZ/97	
	Valor	% do total	Valor	% do total	Valor	% do total	Valor	% do total
Dívida externa por prazo								
Médio e longo prazos (Dívida registrada)*	202,45	87,4	214,08	88,7	215,21	89,1	158,30	82,0
Curto prazo (Dívida não registrada)**	29,08	12,6	27,39	11,3	26,43	10,9	34,82	18,0
Dívida externa por devedor								
Setor público não financeiro	90,34	39,0	100,68	41,7	95,37	39,5	86,72	44,9
Médio e longo prazos	87,62	37,8	97,36	40,3	91,98	38,1	80,98	41,9
Curto prazo	2,72	1,2	3,32	1,4	3,38	1,4	5,74	3,0
Setor Privado	141,19	61,0	140,79	58,3	146,28	60,5	106,40	55,1
Médio e longo prazos	114,83	49,6	116,71	48,3	123,23	51,0	77,32	40,0
Curto prazo	26,36	11,4	24,07	10,0	23,05	9,5	29,08	15,1
TOTAL	231,53	100,0	241,47	100,0	241,64	100,0	193,12	100,0

FONTE: [Banco Central do Brasil](#)

* Dados estimados a partir de 1999, considerando as variações cambiais

** Inclui a dívida de curto prazo registrada

CONTRATOS ELETRÔNICOS

SWAPS

- Contratos a Termo de Troca de [Rentabilidade](#)

OPÇÕES FLEXÍVEIS

- Contrato de Opções de Compra Flexíveis de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar EUA
- Contrato de Opções de Venda Flexíveis de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar EUA
- Contrato de Opções de Compra Flexíveis de Índice [Bovespa](#)
- Contrato de Opções de Venda Flexíveis de Índice [Bovespa](#)

AGROPECUÁRIOS

- Contrato Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato Futuro de Álcool Anidro Carburante
- Contrato Futuro de Algodão
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Algodão
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Algodão
- [Contrato Futuro de Boi Gordo](#)
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Boi Gordo
- [Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Boi Gordo](#)
- Contrato Disponível de Café Arábica
- Contrato Futuro de Café Arábica
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Café Arábica
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Café Arábica
- Contrato Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato Futuro de Soja em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Soja em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Soja em Grão a Granel

7.1.4.3 - OPÇÕES DE AÇÕES

O que são opções de ações ?

São contratos que dão direito de compra ou venda de um determinado número de ações, a um preço fixo e com prazo de exercício preestabelecido. Os meses de vencimento das opções são fevereiro, abril, junho, agosto, outubro e dezembro.

Na opção de compra o titular pode exercer seu direito a qualquer hora, até a data de vencimento. Já nas opções de venda o titular só pode exercer seu direito de venda na data de vencimento. As opções são compradas pagando-se um prêmio ao emissor da opção.

Tipos de opção

OPÇÃO DE COMPRA (Call): Existem opções de compra que dão ao titular o direito de comprar um determinado número de ações a um preço fixo até a data de vencimento da opção. Se ele não exercer seu direito, perderá o prêmio pago. O vendedor da opção (lançador) deve cumprir seu compromisso com o titular da opção caso este queira exercer seu direito.

OPÇÃO DE VENDA (Put): Opção que dá ao titular o direito de vender determinado número de ações a um preço fixo, na data de vencimento. Se o titular não exercer seu direito perderá o prêmio pago. O vendedor da opção (lançador) deve honrar seu compromisso, que no caso é comprar as ações ao preço determinado na opção.

Como funciona ?

O mercado de opções é negociado na [Bovespa](#) e regulado pela Comissão de Valores Mobiliários ([CVM](#)). Para se comprar uma opção as ordens são semelhantes às de compra de ações. É comum os [investidores](#) utilizarem as opções para alavancar seus rendimentos, uma vez que o prêmio pago é muito inferior ao preço da ação e os preços são muito mais sensíveis às oscilações. Também há a possibilidade de operações de [hedge](#), onde um investidor pode se proteger das variações de preço de ações fixando o preço de venda ou de compra desse [ativo](#).

Uma das principais variáveis do mercado de opções é a [volatilidade](#) de preços (indica o grau médio de variação das cotações de um título em um determinado período). A [volatilidade](#) influi nos prêmios das opções, podendo ter oscilações diárias de mais de 100%. À medida que se aproxima o vencimento de exercício das opções as oscilações se tornam maiores, muitas irão "virar pó". Isso significa que quem comprou uma opção de compra ao preço (Strike = preço de exercício) 4,00 de uma empresa X e o preço da ação do mercado no vencimento estiver em 3,50, sua opção perde a validade, uma vez que não há razão para o [investidor](#) exercer seu direito de compra a 4,00 se é possível comprar a 3,50 no mercado.

Quando se lançam opções de compra ou de venda, as corretoras exigem um [lastro](#) como garantia de que o vendedor estará cumprindo sua obrigação. O [lastro](#) pode ser em ações, [títulos](#) ou dinheiro.

Abaixo estão as seguintes operações que podem ser feitas com opções:

COC (Comprar Opção de Compra): o comprador adquire o direito de compra de um papel até a data de vencimento da opção, ao preço do exercício (preço predeterminado do papel), pagando um prêmio ao lançador da opção.

COV (Comprar Opção de Venda): o comprador adquire o direito de venda de um papel, ao preço de exercício, até a data de vencimento da opção, pagando um prêmio ao lançador da opção.

VOC (Vender Opção de Compra): o lançador da opção tem a obrigação de vender os papéis ao comprador, ao preço do exercício, quando este quiser exercer seu direito. O lançador recebe do comprador o prêmio referente à opção.

VOV (Vender Opção de Venda): o lançador da opção tem a obrigação de adquirir do comprador os papéis, ao preço do exercício, quando este quiser exercer seu direito. O lançador recebe do comprador o prêmio referente à opção.

Margem de Garantia: A [Bovespa](#) exige que, para toda opção lançada ao mercado, o lançador deposite uma margem para garantir o cumprimento do contrato. Apenas o lançador da opção tem esta obrigação. Caso o lançador faça uma venda coberta, ou seja, possua os papéis em sua carteira, essas ações serão depositadas como garantia. Do contrário, deverá depositar dinheiro, [títulos](#), ouro ou ações como garantia. Poderá haver aumento no valor das margens (chamada de margens adicionais) caso o papel do contrato de opção sofra grande oscilação.

7.1.4.4 - ESTRATÉGIA DE OPÇÕES

Se o investidor apostar numa alta do mercado, ele pode valer-se de algumas estratégias básicas utilizando as opções para aumentar o ganho sobre o capital. A primeira delas seria comprar opções, pagando um prêmio, com um *strike* (preço de exercício) inferior ao preço de mercado do papel e aguardar a valorização para realizar a opção ou vendê-la a um preço maior. A segunda estratégia seria lançar opções de venda com *strike* abaixo do valor do papel no mercado para receber o prêmio pelas opções.

Se a tendência do mercado for de baixa, o **investidor** pode comprar opções de venda com um *strike* alto, garantindo assim um preço fixo no futuro para vender suas ações ou vender estas opções por preço maior. O **investidor** também pode lançar opções de compra com *strike* alto suficiente que garanta que a opção não será exercida, lucrando o prêmio das opções.

Acompanhe abaixo outras combinações de estratégias com as opções :

TRAVA DE ALTA: O investidor compra um opção de compra (titular) a um preço de exercício **P** e lança um opção de compra a um preço de exercício **P'** maior que **P** da posição titular. O prêmio da opção titular é maior do que o da posição lançadora, isto é, o investidor terá um desembolso inicial nesta trava. As opções possuem a mesma data de vencimento. Esta trava é utilizada quando o mercado apresentar tendência de alta. Seu ganho (ou perda), no entanto, é limitado. Por assumir uma posição comprada na opção de compra com preço menor que na posição vendida, sua chance de ganho é maior. Acompanhe a seguir como se comporta o rendimento da operação em função do preço da ação.

TRAVA DE BAIXA: O investidor compra uma opção de compra (titular) com preço de exercício **P** e ao mesmo tempo lança uma opção de compra com um preço de exercício **P'** menor que **P** da posição titular. O prêmio da opção titular é menor que da posição lançadora. Neste caso, o investidor terá um ganho inicial nesta trava. As opções possuem a mesma data de vencimento. Esta trava é utilizada quando o mercado apresentar tendência de baixa. O ganho ou a perda do investidor é limitado. Por lançar opções com prêmios maiores do que na posição titular, o investidor está apostando que nenhuma das opções será exercida e que seus lucros estarão justamente na diferença entre os prêmios das opções. Acompanhe a seguir como se comporta o rendimento da operação em função do preço da ação.

BOXE FECHADO: é uma operação de renda fixa com utilização de opções. Basicamente é uma combinação de uma trava de alta com uma trava de baixa. O Boxe é uma boa estratégia de captação quando a taxa de juros envolvida nessa operação for menor que a taxa de juros do mercado. O Boxe pode também ser utilizado como uma operação de empréstimo, se a taxa envolvida for maior que a taxa de juros de mercado.

O Boxe de empréstimo é formado por:

- Compra de opção de compra ao preço de exercício **P**.
- Lançamento de opção de venda ao preço de exercício **P**.
- Lançamento de opção de compra ao preço de exercício **P'** ($P' > P$).
- Compra de opção de venda ao preço de exercício **P'** ($P' > P$)

O Boxe de captação é formado por:

- Compra de opção de compra ao preço de exercício **P**.
- Lançamento de opção de venda ao preço de exercício **P**.
- Lançamento de opção de compra ao preço de exercício **P'** ($P' < P$).
- Compra de opção de venda ao preço de exercício **P'** ($P' < P$).

Todas as opções se referem ao mesmo **ativo**-objeto e data de vencimento.

BUTTERFLY (BORBOLETA): Esta operação tem a finalidade de limitar as perdas do investidor que opera opções e é uma alternativa de obter ganhos quando se espera relativa estabilidade de preços.

Butterfly de compra:

- Compra de opção de compra ao preço de exercício **P**.
- Lançamento de 2 opções de compra ao preço de exercício **P'** ($P' > P$).
- Compra de opção de compra ao preço de exercício **P''** ($P'' > P' > P$).

Butterfly de venda:

- Compra de opção de venda ao preço de exercício **P**.
- Lançamento de 2 opções de venda ao preço de exercício **P'** ($P' > P$).
- Compra de opção de venda ao preço de exercício **P''** ($P'' > P' > P$).

Todas as opções se referem ao mesmo **ativo**-objeto e data de vencimento

7.1.4.5 - MERCADO A TERMO

No mercado a termo é possível comprar ou vender ações a prazo e preço predeterminados. As operações a termo possuem as seguintes características:

- Os prazos dos contratos a termo são geralmente fixados em 30, 60, 90, 120 ou 180 dias;
- Existem sempre dois lados envolvidos: o comprador e o vendedor;
- O contrato determina o tipo e a quantidade de ações;
- As ações estão disponíveis para o comprador do contrato a partir do terceiro dia útil do fechamento do negócio;
- O preço da **cotação** à vista e a taxa de juros influenciam diretamente no preço final do contrato;
- O comprador do contrato ou o vendedor a descoberto (aquele que lança o contrato de venda de ações sem efetivamente possuir os **títulos**) necessita depositar uma margem de garantia, que varia de acordo com a classe da ação, podendo ir de 20% a 100% do valor do contrato.
- A liquidação do contrato pode ser antecipada. Para tanto, paga-se o valor pro rata relativo aos dias corridos.

Acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Imagine que um investidor esteja interessado em comprar determinado papel, porém não possui capital disponível para fazer a compra à vista. Por conta dessa procura, surgem no mercado outros investidores para financiar a compra de ações a prazo. Eles competem entre si oferecendo a melhor taxa de juros para o investidor inicial. Ao fechar um contrato a termo, o comprador a termo recebe as ações do vendedor praticamente à vista, e se dispõe a pagar essas ações no prazo determinado do contrato. Para garantir o pagamento, a **CVM** exige um depósito de margem de garantia.

O comprador do contrato tem a liberdade de fazer o que quiser com as ações. Caso o papel suba consideravelmente ele poderá vendê-los e liquidar o contrato antecipadamente. O investidor que financiou as ações à vista, isto é, que vendeu as ações a termo, receberá, no fim do contrato, o valor formado pelo preço das ações na data do fechamento do negócio acrescido de uma taxa de juros predeterminada, compatível com os custos e riscos envolvidos.

Existem estratégias utilizadas por investidores mais experientes no mercado a termo. A primeira é a **operação de financiamento** (*report*), que nada mais é do que uma operação de renda fixa. O **investidor** compra à vista e vende a termo, garantindo assim uma remuneração fixa a uma taxa de juros mais atraente do que a oferecida pelo mercado. A segunda é a chamada **operação caixa** (*deport*), o investidor vende à vista as ações que possui e as recompra a termo. Aqui, o investidor estaria precisando de caixa (capital) imediato e as taxas de financiamento eram maiores do que as taxas do mercado a termo.

Na **BM&F** são negociados contratos a termo de diversas **commodities** como *Depósito Interfinanceiro* (**DI**), **ouro**, etc. Esses contratos possuem as mesmas características dos contratos a termo de **ações**. Em 1993, foi criado o contrato a termo de Certificados de Energia, que garantem ao titular um preço de energia predeterminado.

7.1.4.6 - MERCADO DE FUTUROS

O mercado de futuros foi criado com o objetivo de *proteger* produtores e investidores de grandes oscilações de preço sobre os **ativos financeiros**, índices e produtos agropecuários. Caracterizam-se por envolver a compra/venda de determinado **ativo** a um preço predeterminado, ajustado diariamente em uma conta de ajuste e por ter depósitos de margens entre as contrapartes.

Esses contratos ainda permitem a difusão de preços, administração da composição de uma carteira ao **risco**, a diminuição da **volatilidade** do preço do **ativo** no mercado à vista e também indicam o valor futuro do **ativo**.

Quem participa do mercado:

Hedgers: participantes do mercado de futuros que tentam afastar seus riscos financeiros das oscilações de preço (ou taxa de juros) dos produtos que geralmente produzem.

Especuladores: responsáveis por assumirem os riscos das oscilações de preço e garantir a **liquidez** no mercado de futuros. Normalmente, os especuladores liquidam os contratos antes da data de vencimento raramente entregam fisicamente os produtos.

Arbitradores: Investidores que negociam em mercados distintos, obtendo lucro quando houver discrepância de preços entre os mercados.

Para entender o funcionamento básico do mercado de futuro, acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Um produtor de café vende toda sua produção para uma empresa de torrefação. Para assegurar que sua produção seja vendida a um preço que lhe garanta ter lucro, esse produtor lança um contrato de venda futura de café na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) ao preço de U\$ 250,00 a saca.

Um **especulador**, investidor ou arbitrador irá comprar o contrato. Esse contrato vai garantir no futuro a compra das sacas ao preço de U\$ 250,00, independente do preço de mercado. Imagine que, no vencimento do contrato, o preço do café esteja em U\$ 150,00 a saca.

Neste caso o produtor conseguiu garantir sua produção ao preço preestabelecido. No vencimento do contrato ele irá vender sua produção a U\$ 150,00 a saca e já terá recebido em sua conta de ajuste diário U\$ 100,00 por saca. O comprador do contrato, também chamado de titular, irá ter um prejuízo de U\$ 100,00 por saca. Antes do vencimento ele poderia ter vendido esse contrato para um outro investidor.

7.1.4.7 - MERCADO FUTURO PARA RENDA FIXA

O mercado de futuros foi criado pelas instituições financeiras para se protegerem de grandes oscilações das taxas de juro que existiam no país na década de 80, mais precisamente em 1986. A taxa de juro é um importante instrumento regulador do custo do dinheiro e tem grande impacto sobre as grandes variáveis da economia, como a *produção*, os **investimentos** e o *consumo*.

A taxa negociada no pregão da **BM&F** refere-se às operações de troca das reservas monetárias de um dia entre as instituições bancárias, que é calculada pela **Cetip**, chamada de **Depósito Interfinanceiro** de um dia futuro (**DI-1**). A grosso modo podemos chamar essa taxa como a que as instituições financeiras remuneram seu dinheiro emprestando a outras instituições.

Entenda como funciona um contrato futuro de **DI 1**:

- Os contratos **DI 1** estão vinculados às taxas diárias do *overnight*, que é a taxa média de troca de recursos entre instituições financeiras, calculada na **Cetip**.
- Cada contrato é calculado sobre um valor de R\$ 100.000,00, descontada a taxa mensal do *overnight* no período de tempo que vai da data da operação até o vencimento. Esse valor é chamado de Preço Unitário (PU):

$$PU = 100.000 / (1 + \text{Taxa mensal overnight} / 3000) \text{ número de dias úteis até o resgate}$$
- Os contratos possuem datas de resgate definidas, com vencimento no primeiro dia útil do mês.
- A taxa de juros do contrato é pós-fixada.
- A taxa do **CDI-over** é o **ativo** objeto e reflete as tendências do mercado interbancário.
- O último dia de negociação do contrato é o dia útil anterior à data de vencimento.
- São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária (**day trade**), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente, ou operador especial, intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados conseguidos com essas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.
- As posições em aberto são combinadas, conforme as regras da **BM&F**, por ajustes diários realizados ao final de cada pregão, inclusive no dia de fechamento do negócio.

a) Ajuste das operações realizadas no dia

$$AD = (PA_t - PO) \times M \times n$$

b) Ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD = \{PA_t - [PA_{t-1} \times (1 + i/100)]\} \times M \times n \text{ onde:}$$

AD = valor do ajuste diário;

PA_t = preço (PU) de ajuste do dia;

PO = preço (PU) da operação;

M = valor em reais de cada ponto de PU, estabelecido pela **BM&F**;

n = número de contratos;

PA_{t-1} = preço (PU) de ajuste do dia anterior;

i = taxa média de **DI** de um dia, da Cetip, referente ao dia anterior, expressa em percentual ao dia (taxa efetiva dia), com até sete casas decimais.

Será creditado ao comprador e debitado ao vendedor o ajuste diário que for positivo. Caso esse valor seja negativo acontecerá o inverso.

- Todos os contratos de futuros exigem depósito de margem de garantia, estabelecido pela **BM&F**, com redução de 20% para **hedges**. A margem de garantia pode ser alterada a qualquer momento. O investidor pode utilizar os seguintes **ativos** como margem: *dinheiro*, *ouro*, *cotas do FIF* e, a critério da Bolsa, *títulos públicos* e *privados*, *cartas de fiança*, *apólices de seguro*, *ações* e *cotas de fundos fechados de investimento em ações*.

Acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Um banco vende um contrato de **DI -1** dia futuro para se proteger da alta de juros.

A data da operação é 17/07, uma segunda-feira, e o vencimento é no dia 21/07, uma sexta-feira.

O prazo para saque no overnight é de cinco dias.

O PU negociado na **BM&F** no dia 17/07 foi de 99.750.

VALOR DO CONTRATO	100.000,00
PU NEGOCIADO NA BM&F	99.750
Taxa Over a .m.	1,50%

Data	Saques até	Taxa de Juro	Taxa de Juro	..	Mercado Futuro	..	Ajuste
..	Vencimento	SETIP	Mercado BM&F	PU Ajuste	Pu Corrigido	Ajuste	Corrigido
17/7	5	1,50	1,49	99.752,04		(2,04)	(2,04)
18/7	4	1,51	1,53	99.796,26	99.801,91	(5,65)	(5,66)
19/7	3	1,49	1,49	99.851,15	99.846,49	4,66	4,66
20/7	2	1,50	1,52	99.898,74	99.900,74	(2,00)	(2,00)
21/7	1	1,47	1,49	99.950,36	99.948,69	1,66	1,67
24/7	0			100.000,00	99.999,93	0,67	0,67
	Total taxa	0,25%	0,25%			Total =	(2,71)

Por que utilizar o mercado futuro de taxas de juros?

A principal função das operações que envolvem futuros é o hedging (proteção) contra grandes oscilações na taxa de juro de algum contrato financeiro. As principais estratégias são:

- **Taxa pós-fixada contra taxa prefixada:** se o investidor tem uma grande dívida com a taxa de juro pós-fixada e o cenário econômico aponta para uma alta de juros, a solução para evitar o impacto da alta seria vender um contrato futuro, transformando a taxa pós-fixada em prefixada. As datas de liquidação financeira do contrato e do empréstimo devem coincidir.
- **Taxa prefixada contra taxa pós-fixada:** se o investidor tiver uma grande dívida com a taxa de juro prefixada, e houver uma expectativa de baixa de juro, por meio da compra de um contrato futuro, será possível proteger-se do impacto da baixa do juro sobre o resultado financeiro.

7.1.4.8- MERCADO FUTURO PARA MOEDA

O mercado de futuros para moeda no Brasil é negociado na **BM&F** e o principal contrato realizado é o contrato futuro de **taxa de câmbio** de reais por dólar comercial. Os investidores utilizam esse instrumento para se proteger das oscilações cambiais realizando **hedges**, que asseguram uma **taxa de câmbio** futura fixa, além de limitar perdas e imprevistos.

Alguns investidores realizam operações de arbitragem tentando obter lucro em diferentes mercados. Outros ainda apostam em determinadas tendências de comportamento da **taxa de câmbio**, especulando nesse mercado. Os especuladores são essenciais, pois garantem **liquidez** ao mercado.

Veja a seguir as principais características de um contrato futuro:

- A unidade de negociação por contrato é de US\$ 100.000,00;
- A cotação é de reais por US\$ 1.000,00 com três casas decimais;
- São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária (*day trade*), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente, ou operador especial, intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados auferidos nessas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.
- As posições em aberto são combinadas, conforme as regras da **BM&F**, por ajustes diários realizados ao final de cada pregão, inclusive no dia de fechamento do negócio.
 - a) Ajuste das operações realizadas no dia

$$AD = (PA_t - PO) \times M \times n$$
 - b) Ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD = (PA_t - PA_{t-1}) \times M \times n \text{ onde:}$$
 - AD = valor do ajuste diário; PA_t = preço (PU) de ajuste do dia;
 - PO = preço (PU) da operação; M = multiplicador do contrato, estabelecido em 100;
 - n = número de contratos; PA_{t-1} = preço (PU) de ajuste do dia anterior;
- Será creditado ao comprador e debitado ao vendedor o ajuste diário que for positivo. Caso este valor seja negativo, ocorrerá o inverso.
- Muitos contratos serão liquidados antes do vencimento. Os contratos em aberto na data de vencimento serão liquidados financeiramente seguindo a fórmula:

$$VL = (TC \times 1.000) \times M$$
 - VC = Valor de liquidação do contrato;
 - TC = **Taxa de câmbio** do dólar para entrega imediata, divulgada pelo Banco Central, calculada pela média de venda no PTAX800;
 - M = Multiplicador do contrato, estabelecido em 100 ;
- A **BM&F** exige um depósito de margem para garantir os ajustes diários.

Para melhor entender o funcionamento desse tipo de contrato, acompanhe um exemplo de uma empresa utilizando um **hedge** cambial:

EXEMPLO

Uma grande empresa nacional X irá exportar sua produção para uma empresa localizada nos Estados Unidos. O contrato de exportação é de US\$ 5.000.000,00 (cinco milhões de dólares), com prazo de vencimento de 270 dias.

De posse desse contrato, a empresa X realiza um empréstimo em dólar junto a um banco para receber adiantado o valor do contrato e assim financiar a produção. Os juros do empréstimo em dólar são de 11% ao ano.

A empresa X, por conta desse empréstimo, corre o risco da oscilação cambial. Para evitar o risco compra alguns contratos de dólar futuro, garantindo uma taxa futura.

- PTAX800 (to): 1,791
- Dólar do vencimento (Dv): 1,850
- Número de contratos (Nc): US\$ 5.000.000,00 / 100.000 = 50 contratos
- Juros em reais: 16% a.a.
- Juros em dólares: 10% a.a.
- Resultado futuro (Rf):

$$Rf = (Df - Dv) \times Nc \times 100.000$$
- Dólar Futuro (Df):

$$Df = (1 + \text{Juros em reais} / 1 + \text{Juros em dólar})^{\text{prazo}/360} \times \text{PTAX}(to)$$

$$Df = (1,16 / 1,10)^{270/360} \times 1,791 = 1,8638$$

$$Rf = (1,8638 - 1,8500) \times 50 \times 100.000 = R\$ 69.000,00$$
- Resultado do Mercado à vista (Ma):

$$Ma = (1,8500 - 1,8638) \times 50 \times 100.000 = R\$ -69.000,00$$

Neste exemplo, podemos notar que independente dos juros em dólar ou em real, o contrato futuro garantiu um **hedge** perfeito. O **hedge** resultou num lucro de R\$ 69.000,00 e no mercado à vista, um prejuízo de R\$ 69.000,00.

Caso a empresa X não tivesse comprado os contratos e travado o dólar futuro, sua dívida em dólar poderia gerar um grande prejuízo, se houvesse uma grande desvalorização do real. Ao realizar o contrato futuro, independente da oscilação cambial, a empresa pode garantir uma cotação futura e planejar o seu fluxo de caixa.

7.1.4.9 - MERCADO FUTURO PARA PRODUTOS AGROPECUÁRIOS

Na Bolsa de Mercadorias e Futuro (BM&F) são negociados contratos futuros de produtos agropecuários ou commodities, como café, soja, algodão, açúcar, milho, boi gordo e bezerro. Os contratos garantem ao vendedor e comprador de produtos um preço futuro fixo, que permite um planejamento financeiro previsível.

Os contratos futuros são cotados em dólar e cada produto possui uma unidade de referência. O café, por exemplo, é cotado por sacas de 60 Kg; o boi gordo, em arrobas, e assim por diante. A BM&F estabelece uma série de padrões e regras para garantir a mesma qualidade dos produtos negociados entre os diversos produtores. Os produtos em geral são armazenados e inspecionados pela própria BM&F.

Os principais participantes desse mercado são os produtores que fazem a venda de contratos futuros e os compradores das commodities, como indústrias de alimentos, torrefação de café, etc. Ambos os participantes tentam se proteger de eventuais oscilações nas cotações das commodities. Há também investidores que procuram especular nesse mercado para conseguir lucro e aumentar a liquidez dos contratos.

Acompanhe abaixo as principais características do contrato futuro de café arábica, a commodity mais negociada no mercado .

EXEMPLO

- O objeto de negociação é o café cru em grãos tipo 6 inspecionado pela BM&F;
- A negociação de um contrato é referente a 100 sacas de 60 Kg;
- Os meses de vencimento são março, maio, julho, setembro e dezembro;
- As posições em aberto são combinadas, conforme as regras da BM&F, por ajustes realizados ao final de cada pregão, inclusive no dia de fechamento do negócio.

a) Ajuste das operações realizadas no dia

$$AD = (PA_t - PO) \times TC \times 100 \times n$$

b) Ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD = (PA_t - PA_{t-1}) \times TC \times 100 \times n \text{ onde:}$$

AD = valor do ajuste diário;

PA_t = preço (PU) de ajuste do dia;

PO = preço (PU) da operação;

TC = Taxa de câmbio de reais por dólar (venda do pronto divulgada pelo Banco Central);

n = número de contratos;

PA_{t-1} = preço (PU) de ajuste do dia anterior;

Será creditado ao comprador e debitado ao vendedor o ajuste diário que for positivo. Caso esse valor seja negativo, ocorrerá o inverso;

- A BM&F exige um depósito de margem para garantir os ajustes diários. Para os investidores que realizam hedges, a BM&F reduz essa margem em 20%;
- O local de entrega física dos produtos é o município de São Paulo. O início é o segundo dia útil do mês de vencimento;

Acompanhe a seguir um exemplo de hedge utilizando contratos futuros de café:

EXEMPLO

Para assegurar um preço futuro de sua safra, um produtor de café procura uma corretora credenciada pela BM&F que opera no mercado futuro e vende 10 contratos.

- Cada contrato refere-se a 100 sacas de 60 Kg.
- Prazo de vencimento do contrato é de 180 dias.
- A cotação do mercado à vista é de U\$ 100,00/saca.
- A cotação do contrato para liquidação futura: Lf = U\$ 93,00/saca.
- A cotação à vista na data de vencimento do contrato: Cf = U\$ 80,00/saca.

O resultado futuro (Rf) é calculado da seguinte forma:

$$R_f = (L_f - C_f) \times n$$

Lf :Cotação Liquidação Futura do contrato = U\$ 93,00/saca;

Cf: Cotação na data de vencimento = U\$ 80,00/saca;

n : Número de sacas = 10 x 100 = 1.000 sacas

$$R_f = (93 - 80) \times 1.000 = \text{U\$ } 13.000,00$$

No vencimento do contrato, caracterizado como mercado à vista, o resultado foi de:

$$R_a = \text{U\$ } 80,00 \times 1.000 = \text{U\$ } 80.000,00$$

Resultado final para o produtor foi de:

$$R = R_f + R_a = \text{U\$ } 93.000,00$$

Os U\$ 93.000,00 foi justamente o valor do contrato futuro acertado (U\$ 93,00/saca x 1.000 = U\$ 93.000,00).

Se a cotação na data de vencimento do contrato fosse Cf = U\$ 120,00/saca.

$$R_f = (93 - 120) \times 1.000 = \text{U\$ } -27.000,00$$

$$R_a = \text{U\$ } 120,00 \times 1.000 = \text{U\$ } 120.000,00$$

$$R = \text{U\$ } 93.000,00$$

Independente da cotação na data de vencimento, o valor que o produtor receberá pela sua safra será de U\$ 93.000,00. No primeiro caso, ele obteve um lucro de U\$ 13.000 em relação à cotação de vencimento do contrato e, no segundo caso, um prejuízo de U\$ 27.000. A maior vantagem, entretanto, ao vender esses contratos, é assegurar uma cotação futura, caracterizando um hedge.

7.1.4.10 - SWAPS

Os swaps são contratos assinados por duas contrapartes em que se dá a troca de fluxo de caixa baseada em indicadores, taxas de juros e taxas cambiais entre contas de ativos e passivos. Os swaps são caracterizados como hedges perfeitos e sua utilização visa diluir riscos às oscilações do mercado, como desvalorização cambial, aumento nas taxas de juros, entre outros.

Eles podem ser negociados no mercado balcão não seguindo normas padronizadas da BM&F. Neste caso são registrados na Central de Liquidação e Custódia de Títulos Privados (Cetip). Alguns contratos são registrados e regulamentados na BM&F e podem exigir depósitos de margem.

Acompanhe este exemplo básico :

EXEMPLO

- A empresa X vendeu um imóvel de sua propriedade e decide investir em um Certificado de Depósito Bancário (CDB) com prazo de um ano a uma taxa de juros prefixada de 20% ao ano. Os diretores financeiros da empresa apostam que a economia sofrerá algumas pressões e a taxa de juros irá aumentar. Diante desse cenário, decidem realizar um swap com um banco, trocando a taxa de juros prefixada do CDB pelo CDI-over pós-fixado.
- Se, no final do contrato, a taxa prefixada do CDB superar a taxa pós-fixada, a empresa receberá os juros do CDB, descontada a diferença entre a taxa prefixada e a taxa do CDI-over do período. Caso contrário, se as expectativas dos diretores da empresa se confirmarem, isto é, a taxa pós-fixada for maior que a prefixada, a empresa X receberá o rendimento do CDB, mais a diferença de taxas do CDB com o CDI-over.

O vencimento dos contratos é determinado pelas contrapartes e normalmente não é possível a venda ou a liquidação com antecedência. A grande utilização de swaps é notada quando uma instituição possui ativos e passivos com indexadores distintos e uma outra instituição possui uma posição oposta à primeira. Em outras palavras: se uma instituição A tiver passivos em dólar e **ativos** indexados ao **CDI-over**, e não quiser correr riscos de **variação cambial**, ela procura uma instituição B, com ativos em dólar e passivos em **CDI-over**, e faz um **contrato de swap**, trocando o passivo em dólar por um passivo indexado ao **CDI-over** que é o mesmo indexador do **ativo**.

Os **swaps** são indicados também para os investidores que possuem descasamento de prazos entre passivos e ativos, ou seja, os prazos de vencimento de empréstimos e dívidas não coincidem com os prazos de investimento ou de receitas e podem comprometer o fluxo de caixa de uma empresa

SWAP ENTRE DÓLAR + JUROS COM A TAXA DO CDI-OVER: Este é um dos mais tradicionais swaps realizados no mercado. Acompanhe um exemplo de como arbitrar taxas de diferentes mercados utilizando swaps e auferir lucro.

EXEMPLO

Um Banco X possui uma linha de crédito para exportação e consegue um financiamento de R\$ 1.000.000,00 a uma taxa de U\$ (dólar) + 17% por um prazo de 180 dias. No mercado, a taxa de swap entre dólar contra CDI-over é de U\$ + 20%, que é maior que a taxa de financiamento para o mesmo período. O Banco X irá arbitrar esta diferença de taxas entre estes dois mercados.

A **variação cambial** no período de análise foi de 8.57%.
A taxa CDI-over no período foi de 15% .

ARBITRAGEM POR MEIO DO SWAP

..	ATIVO	PASSIVO
Posição original	CDI - over	Empréstimo (U\$ + 15%)
..	=1.000.000*1.15 1.150.000,00	=1.000.000*1.17*1.0857 1.270.269,00
Swap	U\$ + 20%	CDI - over
..	=1.000.000*1.20*1.0857 1.302.840,00	=1.000.000*1.15 1.150.000,00
Total	2.452.840,00	2.420.269,00
Lucro no Swap	32.571,00	

SWAP ENTRE MOEDAS (Currency Foreign Exchange): Esse tipo de swap, também chamado de swap cambial, é utilizado por instituições ou empresas que emitem **títulos** nos mercados internacionais (**eurobonds**) em moedas diferentes do dólar como yen, lira, marco, libra, e outras **moedas**. Muitas vezes emitir **títulos** em mercados diferentes do americano garante uma taxa de remuneração mais adequada, além de uma maior base de investidores potenciais.

Por tratar-se de troca de fluxo de pagamentos de **títulos**, há periodicamente o pagamento de juros, que também devem fazer parte do swap.

Acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Um investidor americano planeja comprar um eurobond de outra empresa, em liras italianas no valor de ITL 10.000.000,00, que paga juros anuais de 4,5%, com prazo de vencimento de dois anos. No ato da compra ele desembolsa os ITL 10 bilhões de liras e receberá anualmente juros de ITL 450 milhões, no final de dois anos receberá o valor do principal mais outra parcela dos juros .

Valor do principal	10.000.000.000,00
Juros a .a .	4,50%

Fluxo de caixa do Eurobond	
Ano 0	(10.000.000.000,00)
Ano 1	450.000.000,00
Ano 2	10.450.000.000,00
Taxa interna de Retorno	4,50%

Supondo que esse investidor projete que, no futuro, a lira italiana irá se desvalorizar perante o dólar, e que ele prefira não correr o risco de oscilações cambiais. No mercado internacional a cotação da lira no presente e no futuro acompanha a seguinte tendência:

Cotação Lira/Dólar	
Ano 0	2.000,00
Ano 1	2.100,00
Ano 2	2.200,00

Conforme a planilha abaixo, a lira Italiana estará se desvalorizando. O cliente então decide trocar o fluxo de caixa do Eurobond junto a uma corretora de Swap (Swap broker) por um fluxo em dólar.

Valor do principal	5.000.000,00
Juros a .a .	6,50%

Os US\$ 5 milhões equivalem aos ITL 10 bilhões do Eurobond. A taxa de juros em dólar é maior.

Fluxo de caixa do Eurobond	
Ano 0	(5.000.000,00)
Ano 1	325.000,00
Ano 2	5.325.000,00
Taxa interna de Retorno	6,50%

Ao realizar este contrato de Swap, todos os recebimentos de juros e do principal do Eurobond deverão ser enviados ao Swap Broker, este enviará para você o fluxo do contrato de Swap em dólar. Acompanhe abaixo o efetivo fluxo de caixa em Liras da operação de Swap:

Fluxo de caixa final do Swap		
Ano 0	(10.000.000.000,00)	= 5 mi x 2000,00 (cotação da ITL ano 0)
Ano 1	682.500.000,00	= 325 mil x 2000,00 (cotação da ITL ano 1)
Ano 2	11.715.000.000,00	= 5,325 mi x 2000,00 (cotação da ITL ano 3)
Taxa interna de Retorno	11,70%	

Repare que o rendimento do investidor aumentou. A taxa de retorno do Eurobond era de 4,5% e com o Swap a taxa passou para 11,70%. Se o lira italiana tivesse se valorizado, o investidor iria ter uma taxa de retorno menor comparada ao dólar.

7.1.5 - MERCADO DE FUNDOS DE INVESTIMENTO

7.1.5.1 - FUNDOS DE INVESTIMENTO

Os fundos de investimento são *condomínios* abertos ou fechados, que possibilitam a seus cotistas a oportunidade de, em conjunto, investir no *mercado de capitais* - de renda fixa e/ou variável - e mercados estruturados aos quais, individualmente, teriam pouco ou nenhum acesso. Os fundos conferem ao investidor melhores condições de remuneração no mercado, devido à administração profissional e por lidarem com volume de recursos extremamente expressivos.

Cada fundo tem seu próprio regulamento em que constam as regras a serem seguidas na sua administração, ou seja, o objetivo do fundo e sua política de investimento.

Os fundos de investimento são criados por instituições financeiras autorizadas pelo *Banco Central* e pela *Comissão de Valores Mobiliários*. Essas instituições são responsáveis por administrar o patrimônio de um fundo e fornecer ao *investidor* todo tipo de informação de forma transparente aos investidores. Existem no mercado diversos tipos de fundo, para os mais variados *perfis de investidores*.

Os fundos são uma alternativa para os investidores obterem *rentabilidade* de *ações* e *títulos de renda fixa* sem necessariamente conhecer profundamente o *mercado financeiro*.

Os fundos também diluem o *risco* de grandes perdas, pois o patrimônio deles é aplicado em diversos *ativos*. Um pequeno investidor, sozinho não conseguiria investir em tantos ativos !

Categorias de fundos:

Fundos de Investimento Financeiro (FIF)

Modalidade que agrega aplicações em ativos de renda fixa ou variável, bem como em instrumentos derivativos, em acordo com a regulamentação do fundo e regras de enquadramento do Banco Central.

O patrimônio desses fundos é aplicado em *títulos públicos* prefixados, pós-fixados, *títulos mobiliários*, *ouro* e *operações com derivativos*. Podem ter prazo de resgate curto ou indefinido (de 30, 60 ou 90 dias). Com o objetivo de reduzir o *risco* desses fundos, a legislação proíbe que uma pessoa jurídica obtenha, sozinha, mais de 10% do patrimônio total do fundo. O gestor do fundo também não pode aplicar mais do que 20% do patrimônio numa única empresa.

Fundos de Aplicação em Cotas de FIF (FAC)

Categoria de fundos cujos recursos são aplicados em *cotas de fundos FIF*, garantindo maior diversidade do *portfólio* e distribuição de *risco*. Existe uma regra da *CVM* para distribuição do risco que impede o gestor do fundo de aplicar mais do que 25% do patrimônio num único fundo FIF.

Os fundos se classificam ainda em **Fundos de Renda Fixa**, **Fundo de Renda Variável** e **Fundo de Previdência Privada**.

7.1.5.2 - FUNDOS DE RENDA FIXA

Fundos de Renda Fixa: Este fundo tem o patrimônio investido em [títulos](#) prefixados/pós-fixados públicos ou privados (por exemplo, CDB, RDB, debêntures e títulos públicos federais). Os títulos prefixados garantem uma [rentabilidade](#) alta no caso de queda da taxa de juros. Os títulos pós-fixados acompanham as taxas de juros no vencimento.

Fundos DI: Investidores mais conservadores, que preferem correr poucos riscos, têm nestes fundos uma opção. Estes fundos são atrelados ao *Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI)*.

Fundos de Derivativos: Têm seu patrimônio aplicado em derivativos de [ativos](#) prefixados/pós-fixados. Por meio de [swaps](#), [opções](#), futuros, o administrador consegue se alavancar e obter maiores rendimentos. Entretanto, também pode haver perda de patrimônio.

Fundos Cambiais: Segmento cujo objetivo é seguir a variação dos títulos cambiais. Esta modalidade de fundo é composta por um patrimônio de títulos da dívida pública ou privada atrelada atrelado ao dólar e/ou por derivativos cambiais (exemplo: mercado futuro de dólar).

Fundos de Investimento no Exterior (FIEX): O patrimônio é aplicado em **títulos da dívida externa brasileira**, como os [C-bonds](#), títulos de crédito de financiamento no Exterior e alguns derivativos vinculados aos títulos de dívida externa.

Fundo multipartido: Também conhecido como multicarteira, é composto por diferentes ativos (renda fixa ou variável), em proporções distintas, de acordo com a política de investimento do fundo

7.1.5.3 - FUNDOS DE RENDA VARIÁVEL

Fundo Mútuo de Investimento em Títulos e Valores Mobiliários (FITVM): Neste fundo o investidor pode conseguir bons rendimentos com renda variável sem, necessariamente conhecer o mercado. O patrimônio do fundo é investido em [ações](#), [títulos mobiliários](#), [títulos públicos](#) e [cotas de fundos FIF, FAC, FIEX](#). Pelo menos 51% devem ser aplicados em renda variável. Convém, porém, conhecer as estratégias do administrador, que deve ser compatível com o [perfil do investidor](#). Por estarem sujeitos a grandes oscilações, estes fundos também apresentam maiores chances de perda de patrimônio. As **taxas de administração** e de [performance](#) variam de acordo com a instituição gestora.

Fundo Passivo: O fundo passivo de renda variável acompanha o índice [Bovespa](#), ou seja, o administrador aplica o patrimônio do fundo nas ações que compõem o índice. Os rendimentos, portanto, são iguais ao do [Ibovespa](#).

Fundo Carteira Livre - Ativo: Tem seu patrimônio investido em [ações](#) a critério do administrador. Alguns fundos aplicam em setores específicos como telecomunicação, bancos, internet, etc. Os rendimentos costumam ser maiores e, portanto, também os [riscos](#) envolvidos costumam ser mais elevados. A política, estratégia e o histórico dos gestores são importantes e devem ser considerados pelo investidor antes de decidir em qual fundo aplicar.

Fundo Derivativo: Tem seu patrimônio aplicado em [ações](#), [títulos públicos](#) e [privados](#), [cotas de fundos](#) e [derivativos](#) ([opção](#), [futuros](#) e [contratos a termo](#)). Este fundo pode ser uma boa opção para [investidores agressivos](#), que procuram uma remuneração mais alta. Os riscos envolvidos costumam ser altos e geralmente o patrimônio está alavancado. Assim, o risco de haver perda de patrimônio é maior, assim como também a necessidade de depósitos adicionais para cumprir as operações realizadas.

Fundo Off-Shore: Constituído por carteiras que aplicam recursos disponíveis no exterior em ativos brasileiros e que têm sede formalmente localizada no exterior. São aplicados pelo gestor em [ADRs](#), [commercial paper](#) e [eurobonds](#) de empresas brasileiras com sede no Exterior.

VI.1.5.4 - FUNDOS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA

Há no mercado duas categorias de planos de previdência privada: os planos **individuais**, ou *Fundos de Previdência Privada Aberta*, e os **coletivos**, ou *Fundos de Previdência Privada Fechada*, também chamados de fundos de pensão. Dos planos individuais pode participar qualquer pessoa. São comprados individualmente no mercado de bancos, corretoras ou seguradoras. Já os planos coletivos são vinculados a empresas e contratados por elas. Participam dos fundos de pensão os funcionários das empresas contratantes, por meio de contribuições mensais, geralmente descontadas em folha de pagamento.

FUNDOS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA ABERTA: No momento da contratação do plano o participante estipula o tempo pelo qual deseja poupar, a idade com a qual gostaria de sair e o valor do benefício (aposentadoria) que quer receber. Atualmente, o saldo do capital formado pelas contribuições mensais é corrigido anualmente em 6%, mais a variação do [IGP-M](#). Apenas parte dos ganhos financeiros conseguidos acima da rentabilidade mínima garantida é repassada ao participante. Oferece um benefício fiscal ao participante, permitindo que abata até 12% da sua renda bruta tributável no Ajuste da Declaração Anual, reduzindo com isso a base de cálculo do imposto.

FUNDOS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA FECHADA: Também conhecidos como fundos de pensão, são comprados no mercado por empresas para uso de seus funcionários. A participação dos funcionários se dá por meio de contribuições mensais, geralmente via desconto em folha de pagamento. Atualmente, o saldo do fundo é corrigido anualmente em 6% mais a variação do [IGP-M](#).

FUNDOS DE APOSENTADORIA PROGRAMADA INDIVIDUAL (FAPI): É uma modalidade de fundo de investimento voltado à complementação da aposentadoria básica da Previdência Social. Pode ser considerado, portanto, um produto de previdência complementar. Neste plano, o participante não tem a garantia de um rendimento mínimo como acontece no plano de previdência privada tradicional. Mas ele poderá escolher o tipo de [aplicação](#) onde deseja que seu dinheiro seja investido, de acordo com seu [perfil de risco](#) (conservador ou agressivo). No FAPI o participante adquire [cotas de um fundo](#) de investimento comum (FIF). Todo ganho excedente tido com a aplicação do dinheiro no mercado é repassado integralmente ao participante.

PLANO GERADOR DE BENEFÍCIOS LIVRES (PGBL): É uma alternativa de complementação de aposentadoria. Não oferece ao participante uma garantia de rendimento mínimo. Todo ganho excedente conseguido no mercado é repassado integralmente ao contribuinte. Também aqui o participante pode escolher o tipo de fundo de investimento onde suas contribuições serão aplicadas. Pode estipular, ainda, o valor de suas contribuições e o valor do benefício (aposentadoria) que quer receber ao final do plano.

No [PGBL](#) o participante pode deduzir as contribuições feitas até um limite de 12% da renda bruta anual. O valor da aposentadoria é calculado no final de todas as contribuições, com base no montante acumulado na [aplicação](#) financeira. Há hoje no mercado três tipos de [PGBL](#). A diferença entre eles está no tipo de [aplicação](#) financeira em que o fundo é investido. Portanto, a escolha vai depender do risco que o participante está disposto a correr. Confira a seguir as características de cada um.

Plano soberano: mais indicado para clientes com [perfil conservador](#), este fundo tem seu patrimônio aplicado em [títulos públicos](#), como títulos do Tesouro Nacional, Títulos do Banco Central e Créditos Securitizados do Tesouro Nacional.

Plano renda fixa: indicado para quem tem [perfil de investidor](#) moderado, que não quer correr riscos. O patrimônio do fundo é investido em renda fixa, além de títulos públicos.

Plano composto: mais indicado para investidores com [perfil](#) agressivo. Até 49% do patrimônio são investidos em renda variável (ações). O restante é aplicado em renda fixa ou em [títulos públicos](#).

7.1.5.5 - ANÁLISE DE RENTABILIDADE

Para analisar a rentabilidade e o desempenho dos fundos existem alguns fatores que devem ser considerados pelo investidor.

Volatilidade: mostra a variação de preço das [cotas dos fundos](#), medindo a estabilidade das aplicações realizadas, permitindo, com isso, que se meça a estabilidade das aplicações feitas. Quanto mais alta for a [volatilidade](#) do fundo maior seu [risco](#).

Índice Sharpe: índice que mostra a relação entre o [risco](#) contido num fundo de investimento e o valor pago ao investidor. Quanto maior esse índice, melhor seu desempenho.

Convém, ainda, comparar os rendimentos com as **taxas de juros** do [CDI](#) (*Certificado de Depósito Interbancário*), [poupança](#) e o Índice [Bovespa](#), referências de análise de desempenho.

7.1.5.6 - Tributação de Fundos

A tributação dos fundos obedece alguns critérios:

- Nos **fundos de renda fixa**, o imposto de renda sobre o ganho nominal é de 20%.
- Nos fundos com [ativos](#) vinculados à **renda variável**, o imposto de renda sobre o ganho nominal é de 10%.
- Nos fundos de aposentadoria [FAPI](#) e [PGBL](#), o percentual do imposto de renda varia de acordo com o valor do resgate. Resgates de até R\$ 900 estão isentos; de R\$ 900 até R\$ 1800, o imposto de renda é de 15% com uma dedução de R\$ 135; acima de R\$ 1800, o IR é de 27,5%, com uma dedução de R\$ 360. Nos fundos do tipo FAPI, além da tributação do imposto de renda feita sobre o ganho nominal, o fundo ainda é tributado em 20% sobre o rendimento apresentado.

Sobre todos os fundos ainda incide a **Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira** ([CPMF](#)) de 0,30% do total resgatado e [IOF](#) proporcional aos dias de rendimento (até 29 dias).

7.2 – AS TAXAS DE JUROS

Vamos, agora, estabelecer quatro taxas que são muito importantes no mercado financeiro: a taxa “OVER”, a TBE, a TR e a TJLP

7.2.1 – A TAXA “OVER”

Todas as Instituições Financeiras e as Instituições autorizadas pelo [Banco Central do Brasil](#) a operar no Mercado Financeiro, particularmente no Mercado Aberto ([Open Market](#)), quer na [CETIP](#) ou no SELIC, utilizam bastante a taxa “Over Night” ou, mais comumente chamada, a taxa “over”, para realizar as suas operações. A taxa “over” é uma taxa equivalente a um fator diário, obtido por meio da descapitalização de uma determinada taxa efetiva pelo número de dias úteis (também chamado de saques) compreendidos no período a que ela se refere.

EXEMPLO

Suponha que a taxa “over” em determinado momento esteja definida em 5,4% a.m.. No período de referência da taxa, estão previstos 22 dias úteis. Qual a taxa efetiva do período?

Solução

Como a taxa “over” é geralmente definida por juros simples (taxa nominal), a taxa diária atinge:

$$i = \frac{5,4\%}{30} = 0,18\% \text{ ao dia } \dots\dots\dots \text{ taxa nominal}$$

Sabendo que no período de referência dessa taxa existem 22 dias úteis, a taxa efetiva é obtida pela capacitação composta, ou seja:

$$i = (1 + 0,0018)^{22} - 1 = 4,04\% \text{ a.m. } \dots\dots \text{ taxa efetiva}$$

Em outras palavras, pode-se concluir que 4,04% representam a taxa efetiva para 22 dias úteis, ou mesmo para os 30 dias corridos do mês.

Em resumo, os procedimentos de apurar a taxa efetiva dada uma taxa nominal de juros “over” são os seguintes:

- Dividir a taxa de “over” geralmente mensal, pelo número de dias corridos no período para se obter a taxa nominal diária;
- Capitalizar a taxa diária pelo número de dias úteis previstos na operação.

A expressão básica de cálculo da taxa efetiva é:

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{\text{over}}{30}\right)^{du} - 1$$

sendo: “over” a taxa nominal mensal “over”, *du* o número de dias úteis previstos no prazo da operação.

Por outro lado, muitas vezes é interessante transformar uma taxa efetiva em taxa de “over”. No exemplo acima, foi definida uma taxa nominal “over” de 5,4% a.m. para um período com 22 dias úteis. Com isso, calculou-se a taxa efetiva de 4,04% a.m..

Se fosse dada a taxa efetiva para se transformar em “over”, o procedimento de cálculo seria o inverso, ou seja:

- Descapitalizar exponencialmente a taxa efetiva para cada dia útil previsto na operação;
- Por ser nominal, e definida mensalmente, a taxa “over” é obtida pelo produto da taxa descapitalizada pelo número de dias corridos do mês.

Aplicando-se esses procedimentos na ilustração, tem-se:

$$i = 4,04\% \text{ ao mês}$$

$$du = 22 \text{ dias úteis}$$

$$i = (1,0404)^{\frac{1}{22}} - 1 = 0,18\% \text{ ao dia útil}$$

$$\text{OVER} = 0,18\% \times 30 = 5,4\% \text{ a.m.}$$

A fórmula de cálculo da taxa “over”, dada uma taxa efetiva de juros, pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$\text{over} = \left[(1 + i)^{\frac{1}{du}} - 1 \right] \times 30$$

Substituindo os valores ilustrativos acima, chega-se aos 5,4% a.m., ou seja:

$$\text{over} = \left[(1,0404)^{\frac{1}{22}} - 1 \right] \times 30 = 5,4\% \text{ a.m.}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Uma taxa “over” está definida em 4,8% a.m.. Para um mês de 23 dias úteis, determinar a taxa efetiva

Solução

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{0,048}{30} \right)^{23} - 1 = 3,75\% \text{ a.m.}$$

2. Converter a taxa efetiva de 4,1% a.m. em taxa “over”, sabendo que no período existem 21 dias úteis.

Solução

$$\text{over} = \left[(1 + 0,041)^{\frac{1}{21}} - 1 \right] \times 30 = 5,75\% \text{ a.m.}$$

3. Uma aplicação pelo prazo de 35 dias corridos, que incluem 26 dias úteis, remunerou o capital aplicado a uma taxa “over” de 4,3% a.m. Determinar a taxa efetiva mensal de juros.

Solução

$$\text{over} = \frac{4,3\%}{30} = 0,1433\% \text{ ao dia.}$$

Os juros são capitalizados somente nos dias úteis. Os 25 dias úteis considerados na operação equivalem a: $25/35 = 0,714286$ dos 35 dias da aplicação financeira, ou a: $0,714286 \times 30 = 21,42858$ dias do mês. Logo:

$$i(\text{efetiva}) = (1 + 0,001433)^{23,42858} - 1 = 3,12\% \text{ a.m.}$$

4. Atualizar um valor financeiro de R\$ 68.500,00 por 1 dia útil à taxa “over” de 2,25% a.m.

Solução

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{0,0225}{30} \right)^1 - 1 = 0,075\% \text{ ao dia}$$

Valor Atualizado = $68.500,00 \times (1 + i_{\text{efetiva}})^1 = 68.500,00 \times 1,00075 =$
R\$ 68.551,38

Se a atualização financeira fosse por todo o período de 26 dias úteis, ficaríamos com:

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{0,0225}{30} \right)^{26} - 1 = 1,9684\% \text{ a.m.}$$

E o valor atualizado seria: $68.500,00 \times 1,019684 =$ R\$ 69.848,35

Se quiséssemos fazer a atualização financeira pela taxa efetiva no período de 36 dias corridos, teríamos:

$$i(\text{efetivo}) = 1,9684\%$$

E o valor atualizado seria o mesmo que o anterior, ou seja R\$ 69.848,35

5. Se no exemplo anterior a taxa “over” permanecer a mesma nos primeiros 10 dias úteis, subir para 2,28% a.m. nos 7 dias úteis seguintes e descer para 2,26% a.m. nos últimos 9 dias úteis, qual será o valor atualizado?

SOLUÇÃO

SOLUÇÃO

O fator de atualização seria:

$$F = \left(1 + \frac{0,0225}{30}\right)^{10} \times \left(1 + \frac{0,0228}{30}\right)^7 \times \left(1 + \frac{0,0226}{30}\right)^9 = 1,019786$$

O valor atualizado será:

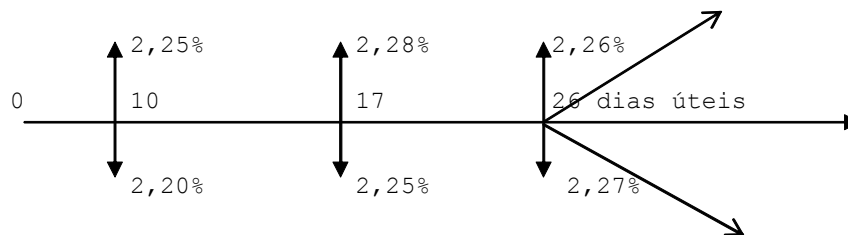
$$68.500,00 \times 1,019786 = \text{R\$ } 69.855,33$$

Como se pode ver, a taxa "over" espelha a expectativa do Mercado para o custo do dinheiro futuro, dentro do prazo em que vai ser realizada determinada operação.

6. Fulano quer aplicar R\$ 500.000.000,00 em um título de Beltrano por 36 dias, com 26 dias úteis, e revende-lo no fim do prazo. Fulano projetou as taxas "over" acima (2,25% - 2,28 e 2,26% a.m.), respectivamente, para números de dias úteis indicados. Beltrano concordou com as projeções de Fulano e o negócio foi fechado no prazo combinado. No fim dos 36 dias corridos ou 26 dias úteis, verificou-se que as taxas "over" tiveram, na realidade, os seguintes valores: 2,20% a.m. para os 10 primeiros dias úteis, 2,25% a.m. para os 7 dias úteis seguintes e 2,27% a.m. para os últimos 9 dias úteis. Quem levou a melhor? Fulano ou Beltrano?

Solução

$$F_1 = 1,019786 \quad (\text{Projeções})$$



$$F_2 = 1,019575 \quad (\text{Realidade})$$

$$F_2 = \left(1 + \frac{0,022}{30}\right)^{10} \times \left(1 + \frac{0,0225}{30}\right)^7 \times \left(1 + \frac{0,0227}{30}\right)^9 = 1,019575$$

Assim:

$$V_1 = 500.000.000,00 \times 1,019786 = \text{R\$ } 509.893.000,00$$

$$V_2 = 500.000.000,00 \times 1,019575 = \text{R\$ } 509.787.500,00$$

Fulano projetou taxas "over", de propósito ou não, acima da realidade, assim aplicou seu dinheiro com Beltrano, recebendo mais do que deveria na ocasião da revenda (26 dias úteis após). O valor a mais foi de $(V_1 - V_2) = \text{R\$ } 105.500,00$.

Em termos de %, o ganho extra foi de $(F_1/F_2) = 1,000207$ ou 0,020695%, que deve incidir sobre o valor aplicado de R\$ 500.000.000,00 (época zero). Então:

$$0,020695\% \times 500.000.000,00 = \text{R\$ } 103.474,50 \quad \text{na época zero}$$

Levando o valor acima para a época da revenda (26 dias úteis após), aplicando obviamente o $F_2 = 1,019575$, vamos ter:

$$103.474,50 \times 1,019575 = \text{R\$ } 105.500,00, \text{ exatamente o valor } (V_1 - V_2) \text{ acima.}$$

Fulano levou a melhor sobre Beltrano, pois na ocasião da revenda conseguiu R\$ 105.500,00 a mais. Isto se deve às projeções de taxa "over" realizadas por Fulano e Beltrano. Veja como é importante fazer o cálculo das projeções da taxa o mais corretamente possível. Essa é a maior dificuldade da Matemática Financeira e, por que não dizer, do Mercado Financeiro como um todo, pois é baseando-se no comportamento das taxas futuras que se toma as decisões mais acertadas no presente, tanto para comprar ativos (aplicar recursos) como para vender (tomar recursos)

Posteriormente veremos como efetuar algumas operações financeiras usando a taxa "over".

7.2.2 - TAXA BÁSICA FINANCEIRA (TBF)

Criada pelo Conselho Monetário Nacional (CMN) por meio da Resolução nº 2.171 de 30/06/95, a TBF teve por principal finalidade ajudar no projeto de ampliação do prazo das aplicações financeiras, ocorridas após o Plano Real e paralelamente servir de base para o cálculo da [TR](#) (Taxa Referencial) e o seu Redutor.

A TBF, calculada pelo [BACEN](#), consiste no estabelecimento diário da **taxa média mensal ponderada** pelo volume dos 30 maiores Conglomerados Financeiros, eleitos semestralmente pelo [BACEN](#), em função da quantidade de captação de depósitos e recibos de depósitos a prazo ([CDB](#) e [RDB](#)) pré-fixados de 30 a 35 dias, quantidade essa obtida por meio de seus balanços semestrais. A amostra desses Conglomerados Financeiros é composta de seus Bancos Múltiplos, Comerciais e de Investimento e de Caixas Econômicas.

Diariamente as Instituições Financeiras da amostra devem fornecer ao [BACEN](#) sua taxa média mensal ponderada pelo volume captado, o qual calcula a TBF no dia útil imediatamente posterior ao dia de referência, segundo a relação:

$$TBF = \frac{\sum_{k=1}^n M_k \times T_k}{\sum_{k=1}^n M_k}$$

em que:

TBF = taxa básica financeira do dia da coleta

$1 \leq k \leq n$

n = número de Conglomerados da amostra = 30

M_k = montante dos CDB/RDB emitidos pelo k-ésimo Conglomerado

T_k = taxa média mensal ponderada do k-ésimo Conglomerado

Assim a TBF relativa à coleta do dia 2, por exemplo, só é calculada no dia 3 e publicada nos jornais do dia 4, supondo-se 2 e 3, dias úteis.

Os mesmos tipos de Instituições Financeiras que ajudam a compor a TBF foram autorizadas pelo [BACEN](#), quando da criação da TBF, a acolher os Depósitos a Prazo de Reaplicação Automática (DRA), atrelados à TBF, antes pelo prazo mínimo de três meses e agora reduzido a dois meses.

O mercado pode agora também realizar operações, tanto ativas quanto passivas com base nas TBF, desde que o prazo mínimo seja de dois meses.

7.2.3 - TAXA REFERENCIAL (TR)

Criada em 1991 com a finalidade de propiciar ao Mercado Financeiro uma taxa de juros básica semelhante à “[Libor](#)” do mercado londrino ou a “[Prima-Rate](#)” do mercado dos EUA e de ser, portanto, utilizada pelos agentes econômicos nos negócios financeiros, a TR veio também para substituir os BTN Fiscais, que refletiam taxas passadas. A TR, como veremos, é baseada na expectativa de taxas futuras.

A TR nada mais é do que a [TBF](#) expurgada do juro real pago aos aplicadores e da tributação embutida nas taxas brutas, ou seja, mede a expectativa de inflação futura ou correção monetária, se considerarmos as duas como a mesma coisa, para os próximos 30 dias.

Assim para obtermos a [TR](#), basta que subtraíamos da [TBF](#) correspondente o juro real pago e a tributação cobrada. Estas duas variáveis foram batizadas pelo [BACEN](#) de Redutor, que é também uma taxa de juros. Entretanto, como no regime de juros compostos não se pode subtrair (nem somar) taxas e sim dividir (ou multiplicar) fatores, temos:

$$TR = \left(\frac{1 + \frac{TBF}{100}}{R} - 1 \right) \times 100 \quad \text{em que } \left(1 + \frac{TBF}{100} \right) = \text{fator da TBF} \quad e$$

$$R = 1 + \frac{R''}{100} = \text{fator do Redutor (R'')}$$

Pela Resolução do [BACEN](#) nº 2437 de 30/10/97, que revogou a Resolução nº 2387 de 22/05/97, a fórmula do fator do Redutor, a partir de novembro de 1997, mudou para:

$$R = A + B (TBF_m)$$

Em que:

$$R = \text{fator do Redutor}; \quad A = 1,0025; \quad B = 0,45$$

TBF_m = média aritmética simples das TBF relativas aos cinco últimos dias úteis do mês anterior,

Ana forma decimal.

As constantes A e B podem ser modificadas, porém com antecedência de 180 dias. Assim, o Redutor da TR tem sempre o mesmo valor dentro de cada mês.

EXEMPLO

Calcular a TR em que os dados coletados foram:

TBF = 1,7269% a.m. sempre com 4 casas decimais

$TBF_m = 1,5600\%$ a.m.sempre com 4 casas decimais

Dia da Coleta da TBF = 28/07/97

Solução

$R = A + B \times (TBF_m) = 1,0025 + 0,45 \times (0,0156) = 1,009520$ que arredondado para 4 casas decimais dá: $R = 1,0095$

$$TR = \left(\frac{1,017269}{1,0095} - 1 \right) \times 100 = 0,769589 \% \text{ a.m.}$$

Arredondando também para 4 casas decimais, temos:

$TR = 0,7696\%$ a.m. de 28/07/97 a 28/08/97

OBS:- O [BACEN](#), através da Resolução nº 2437 manda se calcular o fator R do redutor utilizando todas as casas decimais disponíveis em cada máquina, arredondando depois, antes de calcular a TR, para 4 casas

Por meio da Resolução nº 2459 de 18/12/97 do [BACEN](#), foi modificado o cálculo do fator do Redutor, o que implicou indiretamente a modificação do valor da TR. O fator do Redutor passou a:

$$R = \frac{1 + TBF_m}{A + B(TBF_m)}$$

em que:

$$R = \text{fator do Redutor}; \quad A = 1,0000; \quad B = 0,3184$$

TBF_m = mesmo conceito e forma anteriores.

As constantes vigorarão por prazo indeterminado, podendo, no entanto, ser alteradas com antecedência, agora mais curta ainda, de 30 dias. O [BACEN](#) calcula o fator R do redutor utilizando todas as casas decimais disponíveis, procedendo ao arredondamento do valor final para 4 casas decimais, exatamente como antes. É fácil de ver que o redutor da TR continuou tendo o mesmo valor dentro de cada mês.

EXEMPLO

Calcular o fator R do Redutor de 01/02/98 a 01/03/98, em que: $TBF_m = 2,4028\% = 0,024028$

Solução

$$R = \frac{1 + TBF_m}{A + B(TBF_m)}$$

$R = 1,016253$ que arredondando para 4 casas decimais, temos:

$R = 1,0163$ ou $R' = 1,63\%$ a.m. de 01/02/98 a 01/03/98

É bom lembrar que a fórmula inicial para o valor do TR não foi modificada. O que mudou foi a metodologia de cálculo do fator R do Redutor, para se enquadrar nos números projetados pela autoridade monetária, pois só de observar a fórmula original vê-se que um maior redutor diminui o valor da TR (e vice-versa)e, por conseguinte diminui (ou aumenta) também os rendimentos ou encargos de todos os [ativos](#) atrelados a ela, inclusive e principalmente a [Caderneta de Poupança](#).

Por meio da Resolução nº 2604 de 23/04/99, o cálculo do fator redutor da TR foi novamente modificado, para entrar em vigor em 01/06/99. Assim temos:

$$R = a + b \frac{TBF}{100} \quad \text{em que: } R = \text{Fator Redutor}; \quad a = 1,005; \quad b = 0,48$$

TBF = Taxa Básica Financeira do dia de referência em termos porcentuais

EXEMPLO

Calcular a TR do dia 14/06/99, em que a TBF = 1,5772%.

Solução

1. Vamos calcular inicialmente o fator R do Redutor:

$$R = 1,005 + 0,48 \frac{1,5772}{100}$$

R = 1,012571 que arredondado para 4 casas, dá: R = 1,0126

2. Cálculo da TR:

$$TR = \left(\frac{1,015772}{1,0126} - 1 \right) \times 100 = 0,313253\% \text{ a.m.} \quad \text{ou } TR = 0,3133\% \text{ a.m.}$$

VI.2.4 -TAXA DE JUROS DE LONGO PRAZO (TJLP)

Calculada pelo Banco Central de Brasil desde dezembro de 1994, a [TJLP](#) está diretamente relacionada aos processos de alongamento e desindexação, realizadas no Sistema Financeiro Nacional.

A [TJLP](#) era calculada, inicialmente, apenas sobre a [rentabilidade](#) nominal média dos títulos das dívidas públicas, externa e interna, verificadas no período de três meses imediatamente anteriores ao de sua vigência, pois apesar de ser uma taxa anual, sua vigência é trimestral (dezembro, janeiro e fevereiro; março, abril e maio, etc.). Assim:

$$TJLP = p \times TDE + q \times TDI$$

Em que p e q, atualmente com percentuais respectivamente de 75 e 25, são os fatores de ponderação.

Os [títulos](#) que podem integrar a base de cálculo da TJLP devem ter os seguintes prazos mínimos, a critério do [BACEN](#): dívida externa, 2 anos e dívida interna, 6 meses. As [NTN](#), principalmente as da série D indexadas ao “dólar” dos EUA e que veremos no próximo capítulo, estão entre os papéis usados no cálculo da [TJLP](#). No entanto, a maioria dos papéis que integram a base de cálculo é da dívida externa.

Devido a alta taxa calculada pelo [BACEN](#) para o trimestre dezembro/98 – fevereiro/99 de 18,06% a.a., superior em 54,60% à anterior, obviamente em função da crise russa de setembro de 1998, a Confederação Nacional da Indústria (CNI) e a Federação das Indústrias do Estado de São Paulo (FIESP) lutaram e conseguiram, por meio de Resolução do [BACEN](#), uma outra fórmula de cálculo para a [TJLP](#), com base na média/ano da própria [TJLP](#) corrigida pelo fator 1,1 (10%) estabelecido pelo CMN. Como a média da [TJLP](#) em 1998 foi de 11,6733%:

$$TJLP = 11,6733\% \times 1,1 = 12,8406\% \text{ a.a}$$

A partir desta resolução do [BACEN](#) passaram a coexistir duas fórmulas para cálculo da [TJLP](#): a inicialmente concebida e esta agora, chamada de “com redutor”. Na virada do trimestre vai valer a que for menor. Coisas de Brasil.

O período de vigência continuará trimestral só que a partir de janeiro de 1999 os trimestres serão os civis: janeiro/março, abril/junho, etc.

Assim a [TJLP](#), realmente alta de dezembro de 1998, só serviu mesmo para o mês de dezembro de 1998.

Os recursos do PIS-PASEP, do Fundo de Amparo ao Trabalhador (FAT) e do Fundo da Marinha Mercante, todos repassados ao [BNDES](#) começaram a receber a remuneração da [TJLP](#), ao ser criada a taxa, dezembro de 1994. Por ser o único órgão atualmente a possuir passivos sobre os quais paga [TJLP](#), o [BNDES](#) é também a única instituição que oferece recursos atrelados à [TJLP](#), acrescidos, é claro, de uma taxa de juros. Assim, temos as operações da [FINAME](#) (Agência Especial de Financiamento Industrial, empresa 100% subsidiária do [BNDES](#)) principalmente as dos programas básicos [FINAME](#) e [Leasing](#), em que a maioria dos empréstimos é realizada com a [TJLP](#).

Apenas a título de curiosidade apresentamos a seguir os valores das primeiras e das últimas [TJLP](#), em que podemos constatar a queda de patamar.

Vigência	Taxa Anual
de 01/12/94 a 28/02/95	26,01%
de 01/03/95 a 31/05/95	23,65%
de 01/06/95 a 31/08/95	24,73%
de 01/09/95 a 30/11/95	21,94%
.	.
.	.
.	.
de 01/12/97 a 28/02/98	9,89%
de 01/03/98 a 31/05/98	11,77%
de 01/06/98 a 31/08/98	10,63%
de 01/09/98 a 31/11/98	11,68%
Dezembro/98	18,06%
de 01/01/99 a 31/03/99	12,84%

O ministro da Fazenda anunciou em 22/09/99 nova mudança na metodologia de cálculo para a [TJLP](#). De acordo com o ministro, o assunto, depois de discutido no governo, foi concluído coma decisão de passar a calcular a taxa com base na expectativa de inflação em 12 meses e nas taxas de juros reais internacionais, embutindo o “risco Brasil”. Pela nova metodologia, segundo o Ministro, a expectativa de inflação nos próximos 12 meses (3 meses deste ano e 9 meses do próximo), seria de 6,50% e a taxa de juro internacional, de aproximadamente 6%. Com isso,a nova [TJLP](#), que passou avigorar a partir de 1º de outubro/99, foi de 12,50%. O Ministro explicou que a [TJLP](#) de 12,50% vale por 12 meses a partir de 01/10, mas tem prazo de vigência até 31/12/99. Ou seja, nessa data ela deverá ser recalculada.

Para facilitar o entendimento e perceber as diferenças e semelhanças entre os diversos papéis componentes do mercado podemos também agrupa-los em:

- Aplicações Financeiras com Rendas Fixas
- Operações de Empréstimos e Financiamentos

7.3 - APLICAÇÕES FINANCEIRAS COM RENDA FIXAS

São as seguintes as **aplicações financeiras** com a *renda fixa* que temos no mercado:

- Renda pré - fixada: [CDB](#), [RDB](#), [LC](#), [BBC](#), [LTN](#)
- Renda pós - fixada: [CDB](#), [RDB](#), [LC](#), [Caderneta de Poupança](#), [NTN](#), [Debêntures](#), [Operações com Fundo de Investimento de Renda Fixa](#), [FAF](#)

7.4 - OPERAÇÕES DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS

São as seguintes as **operações de empréstimos e financiamentos** existentes no nosso [mercado financeiro](#):

- *Empréstimos e financiamentos com encargos pré - fixados*: [Descontos de Duplicatas](#), [Capital de Giro](#), [Crédito Direto ao Consumidor](#) (CDC)
- *Empréstimos e Financiamentos Pós - Fixados*: [Capital de Giro](#), [CDC](#) (crédito direto ao consumidor), [FINAME](#), [POC](#), [Repasse de Recursos do Exterior](#), [LEASING](#), [Mercado Imobiliário](#)

[Clique aqui](#) e veja algumas questões (FAQ) interessantes relativas às operações de empréstimos.

