Distribuições de Probabilidades do Crystal Ball

Este apêndice lista uma curta descrição de cada distribuição da galeria do Crystal Ball juntamente com sua função distribuição de probabilidade ou função densidade de probabilidade (PDF), função distribuição acumulada (CDF) onde são disponibilizados, média e desvio padrão, e usos gerais. Para mais informações sobre estas distribuições, ver Evans, Hastings e Peacock (1993), Johnson, Kemp e Kotz (2005), Johnson, Kotz e Balakrishnan (1994), Law e Kelton (2000), ou Pitman (1993).

Todas as distribuições do Crystal Ball podem ser truncadas num ou nos dois extremos para adptar às circunstâncias do seu modelo. O truncamento é efetuado entrando com valores desejados nos campos de truncamento. Por exemplo, na Figura A.1, o retorno total normalmente distribuído sobre uma ação com retorno médio nominal de 10% e desvio padrão nominal de 50% é truncada em −100% para refletir o endividamento limitado do proprietário da ação.

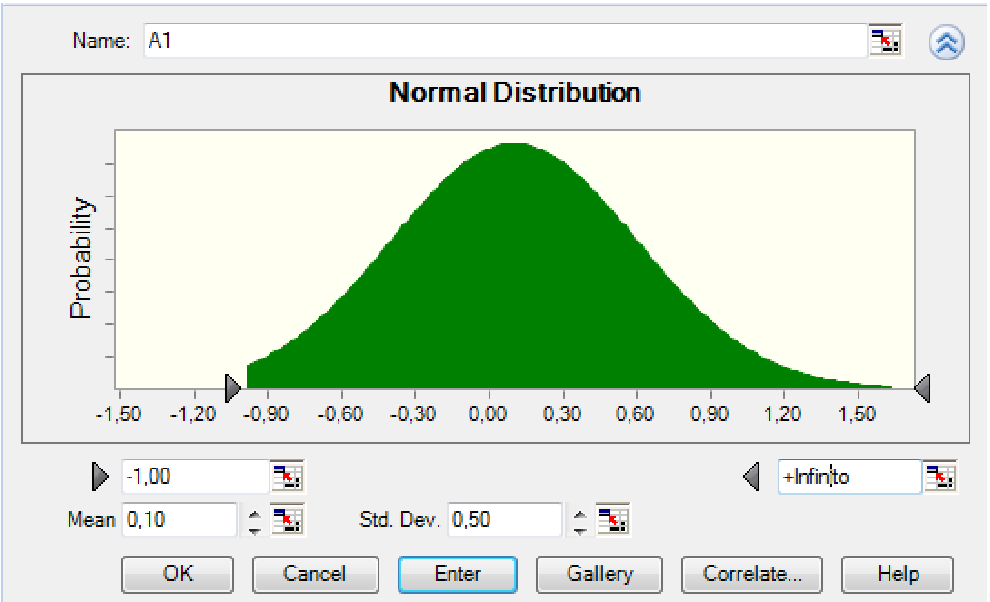


FIGURA A.1 Distribuição Normal de um retorno de ação truncado em −100% para refletir o endividamento limitado do proprietário da ação.

Quando o Crystal Ball truncar uma distribuição, a distribuição de probabilidade é redimensionada de modo que a probabilidade total seja 100% que é um valor que será gerado dentro do intervalo defino pelos pontos de truncamento. Por exemplo, uma variável randômica gerada da distribuição mostrada na Figura A.1 tem 100% de probabilidade de cair entre −100% e o infinito positivo. Portanto, o truncamento afetará a media e o desvio padrão reais de uma variável randômica. Em geral, não é fácil determinar analiticamente os parâmetros reais de uma distribuição truncada. Entretanto, você pode obter estes valores selecionando View → Statistics no menu topo na janela de diálogo das *assumptions*. Por exemplo, embora a média e o desvio padrão sejam especificados na Figura A.1 como 10 % e 50%, a média e o desvio padrão reais dos valores randômicos gerados por esta distribuição truncada são 11,80% e 47,95%.

BERNOULLI

A distribuição de Bernoulli é a distribuição discreta mais simples. Entre outros usos, ela representa o lançamento de uma moeda, se definirmos "1" para significar "cara", e "0" para significar "coroa" (ou vice-versa). Para uma moeda leal, a probabilidade, *p*, de obter cara és 0,5 como descrito na Figura A.2. Entretanto, uma trial Bernoulli pode representar uma moeda viciada (desleal) especificando um valor diferente para *p*. Em modelagem financeira, ela pode ser usada para modelar a ocorrência de um único evento, tal como a entrada possível de um concorrente no seu mercado, por exemplo.

A distribuição de Bernoulli é chamada de distribuição *yes-no* no Crystal Ball. Ver a seção *yes-no* deste texto para mais detalhes. As *assumptions* de Bernoulli podem ser combinadas para gerar valores de outras distribuições. Por exemplo: a distribuição binomial descreve o número de sucessos em *n* trials de Bernoulli; a distribuição geométrica descreve o número de fracassos antes do primeiro sucesso numa sequência de trials de

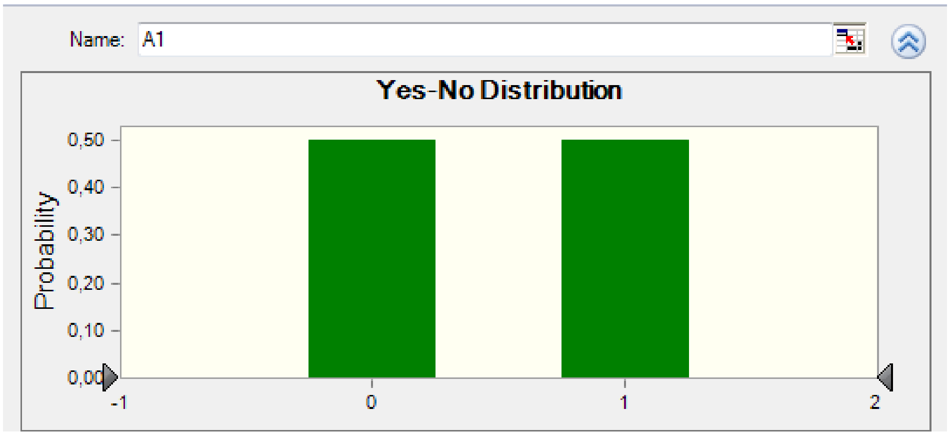


FIGURA A.2 distribuição de Bernoulli representando o número de caras obtido (0 ou 1) com um lançamento de uma moeda leal.

Bernoulli; e a binomial negativa descreve o número de trials de Bernoulli para obter exatamente β sucessos.

BETA

A distribuição beta padrão é definida para valores contínuos de x entre 0 e 1, mas o Crystal Ball permite-lhe selecionar quaisquer valores máximo e mínimo, depois então ele dimensiona a distribuição para ajustar naquele intervalo com uma forma determinada pelos parâmetros alfa e beta que você especificou. A distribuição beta pode representar uma proporção randômica ou probabilidade, o tempo para completar uma tarefa, ou como um modelo grosseiro quando você não tem dados históricos para usar com a rotina de ajustamento de distribuição do Crystal Ball. Para muito mais informações sobre a distribuição beta, ver Gupta e Nadarajah (2004).

Parâmetros: Minimum, o valor mínimo, a; Maximum, o valor máximo, b; Alpha, o primeiro parâmetro da forma, $\alpha > 0$; Beta, o segundo parâmetro da forma, $\beta > 0$. Ver Figura A.3 para um exemplo do PDF Beta com $a = -10$, $b = 10$, $\alpha = 2$, e $\beta = 3$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{z^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)} & se\ 0 < x - a < b - a, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Onde $z = \frac{x-a}{b-a}$, B(α,β) é a função beta, definida por B(α,β) = $\int_0^1 t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1} = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$ para quaisquer números reais α > 0, e β > 0, e Γ(.) é a função Gama definida por $\Gamma(y) = \int_0^\infty t^{y-1}e^{-t}\,dt$ para qualquer número real y > 0. Note que Γ(k + 1) = k! para qualquer inteiro k não negativo, onde k! = k (k-1) ...(2) (1) é lido como “k-fatorial”

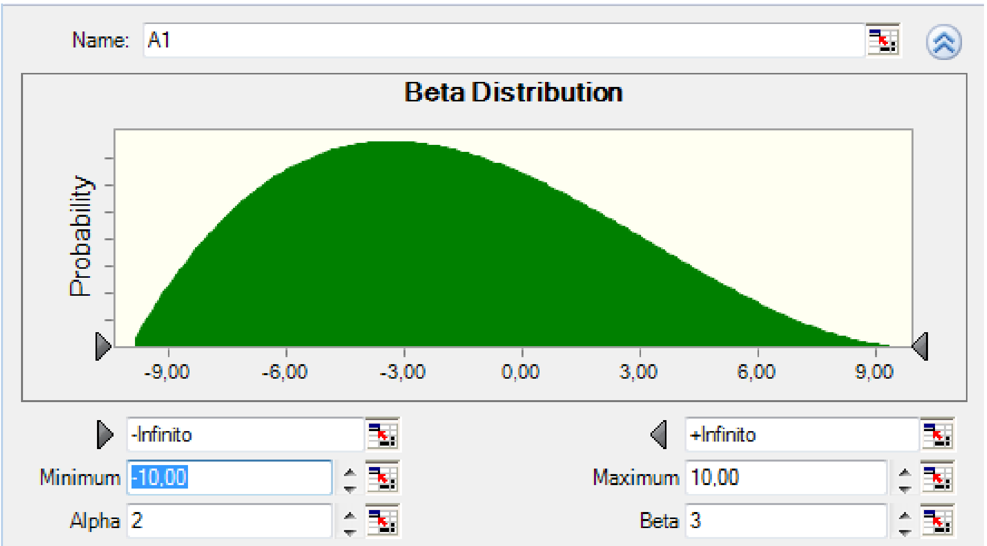


FIGURA A.3 Distribuição Beta com $a = -10$, $b = 10$, $\alpha = 2$, e $\beta = 3$.

CDF: Nenhuma forma fechada

Média:

$$a + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}(b-a)$$

Desvio Padrão:

$$(b-a)\sqrt{\frac{\alpha\,\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}}$$

Função Excel: Esta distribuição pode ser definida de duas maneiras. Use

CB.Beta(Alpha,Beta,Scale,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

Para definir assumptions beta onde a = 0 e b = Scale. Se a distribuição tem um valor mínimo diferente de zero, use

CB.Beta2(Min,Max,Alpha,Beta,HighCutoff,LowCutoff,NameOf).

Onde Min = a, Max = b, Alpha = α e Beta = β.

Notas: A distribuição beta é em forma de U se $\alpha > 1$ e $\beta > 1$, e é em forma de J se $(\alpha - 1)(\beta - 1) < 0$. Para todos os outros valores permitidos de α e β ela é unimodal.

BINOMIAL

A distribuição binomial é uma distribuição discreta da soma de *n* trials Bernoulli com probabilidade de sucesso constante, *p*, assim ela representa o número de sucessos num número específico de tentativas se a chance de sucesso for a mesma para cada tentativa as tentativas forem independentes.

Parâmetros: Probability, a probabilidade de sucesso, p, tal que $0 < p < 1$; Trials, o número total de trials, n, onde n é um inteiro tal que $1 \leq n \leq 1000$. Ver Figura A.4 para um exemplo da função de distribuição de probabilidade Binomial com $p = 0.5$, e $n = 50$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{n!}{x!\,(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x} & para\ x = 0, 1,\ 2, \dots, n, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

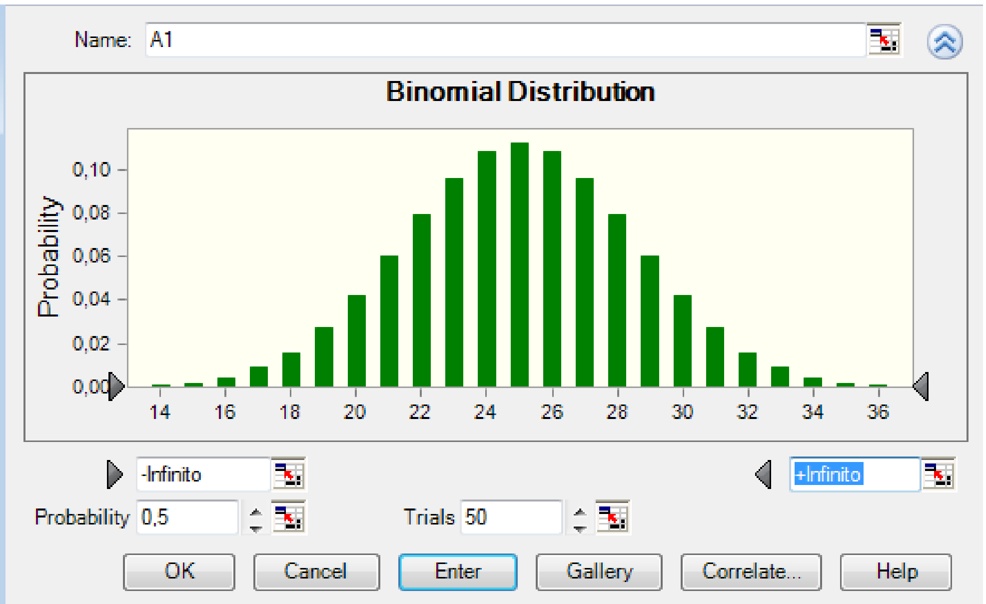


FIGURA A.4 Distribuição Binomial(0.5,50).

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} \sum_{y=0}^{x} \dfrac{n!}{y!\,(n-y)!} p^y (1-p)^{n-y} & para\ x = 0, 1,\ 2, \dots, n, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Média:

$$np$$

Desvio padrão:

$$\sqrt{np(1-p)}$$

Função Excel:

CB.Binomial(Prob,Trials,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Prob = p, e Trials = n.

Notas: A distribuição binomial é equivalente à distribuição de uma soma de variáveis randômicas de Bernoulli com a mesma probabilidade de sucesso, p. Assim, a soma de uma variável binomial (p, n_1) e uma variável binomial (p, n_2) tem a distribuição binomial (p, n_1 + n_2). Entretanto, a soma das distribuições binomiais com diferentes valores de p não segue uma distribuição binomial. A distribuição binomial é simétrica quando p = 0.5.

Você não pode especificar n > 1000 no Crystal Ball. Para modelar tal situação, use como uma aproximação a distribuição Normal com média e desvio padrão computados de acordo com as expressões acima, e truncada em 0 e n + 0,99999. Use o comando do Excel =ROUNDOWN(number,num digits) para obter um valor discreto, se desejar.

A distribuição beta binomial pode ser simulada no Crystal Ball definido o parâmetro p numa distribuição binomial como uma variável randômica beta. Ver arquivo AppendixA.xls.

CUSTOM

A distribuição Custom é definida especificando uma lista de valores discretos, intervalos contínuos de valores, ou intervalos discretos de valores, juntamente com as probabilidades associadas. Uma vez você tendo escolhido a Custom na Distribution Gallery, selecione Parameters no menu do topo para especificar o tipo de valores que você gostaria de usar. Você pode entrar com os valores e probabilidades dos dados diretamente na caixa de diálogo, ou carregá-los da planilha clicando o botão Load Data.... Você também pode usar a função Excel:

CB.Custom(CellRange,NameOf)

onde CellRange contém os dados, e NameOf é o nome da *assumption*. Ver arquivo AppendixA.xls para exemplos.

A distribuição custom é muito flexível, e é fácil de entender por inspeção dos seguintes exemplos:

▪ Ver Figura A.5 para um exemplo da PDF custom com valores *unweighted*. Isto é especificado por uma lista de valores discretos, cada um deles ocorrerão com a mesma probabilidade.

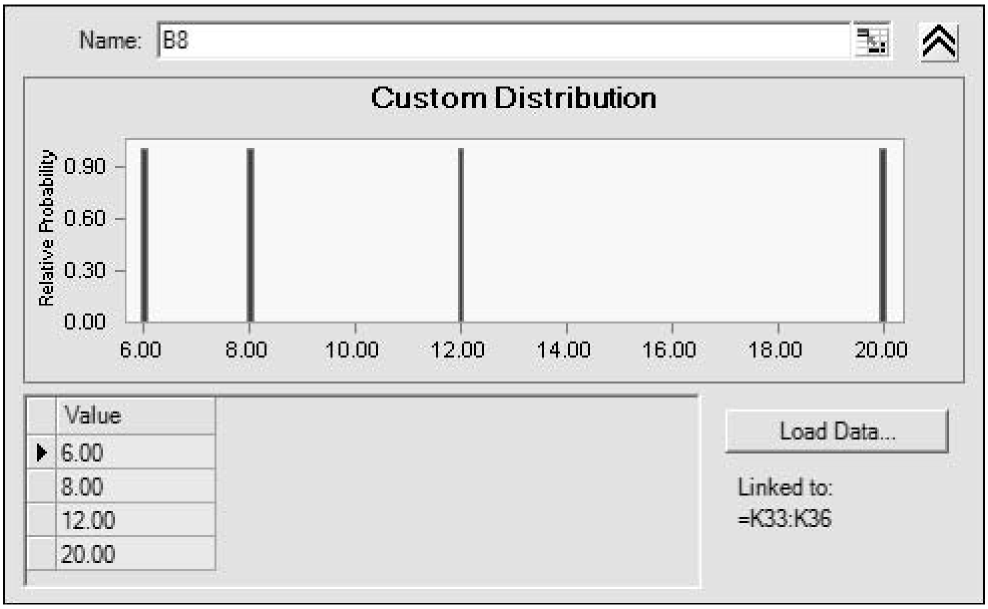


FIGURA A.5 Distribuição Custom especificada com parâmetros Unweighted Values.

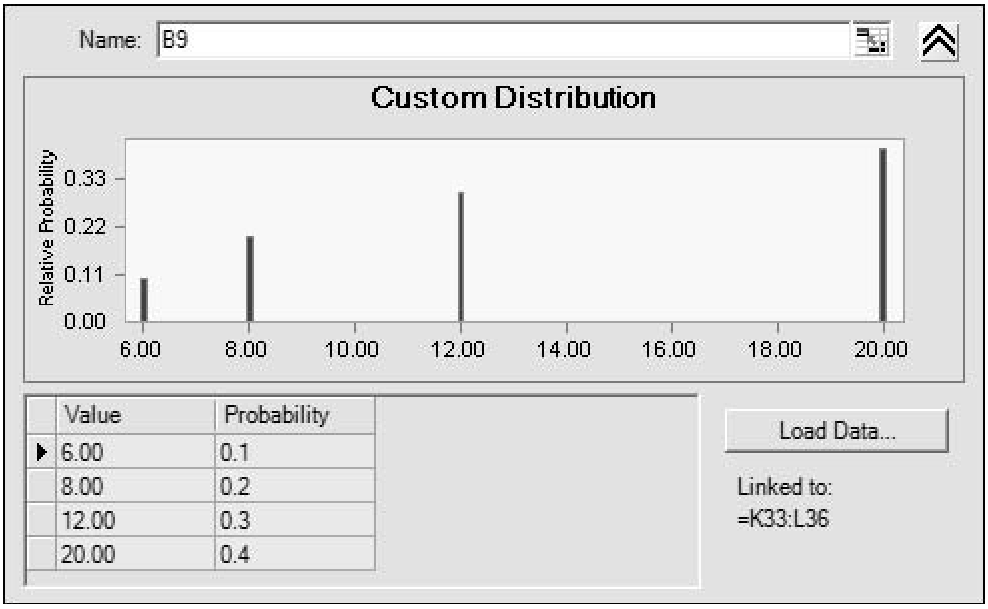


FIGURA A.6 Distribuição Custom especificada com parâmetros Weighted Values.

▪ Ver Figura A.6 para um exemplo da PDF custom com valores *weighted*. Isto é especificado por uma lista de valores discretos e suas probabilidades de ocorrência associadas
.

▪ Ver Figura A.7 para um exemplo da custom PDF com intervalos contínuos. Isto é especificado pelos intervalos de valores dentro dos quais os valores contínuos têm igual probabilidade de ocorrência *por default.*

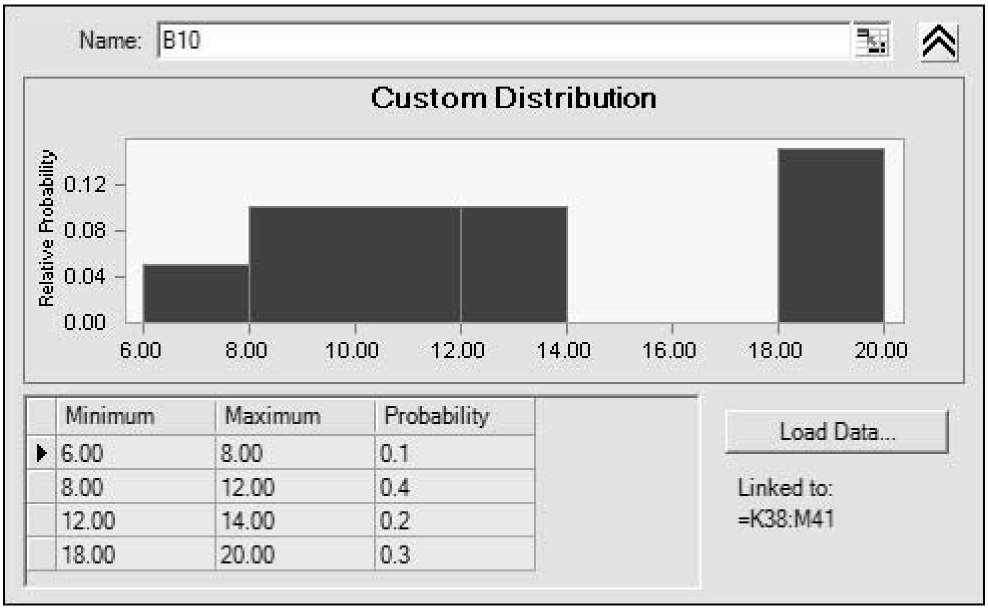


FIGURA A.7 Distribuição Custom especificada com parâmetros Continuous Ranges.

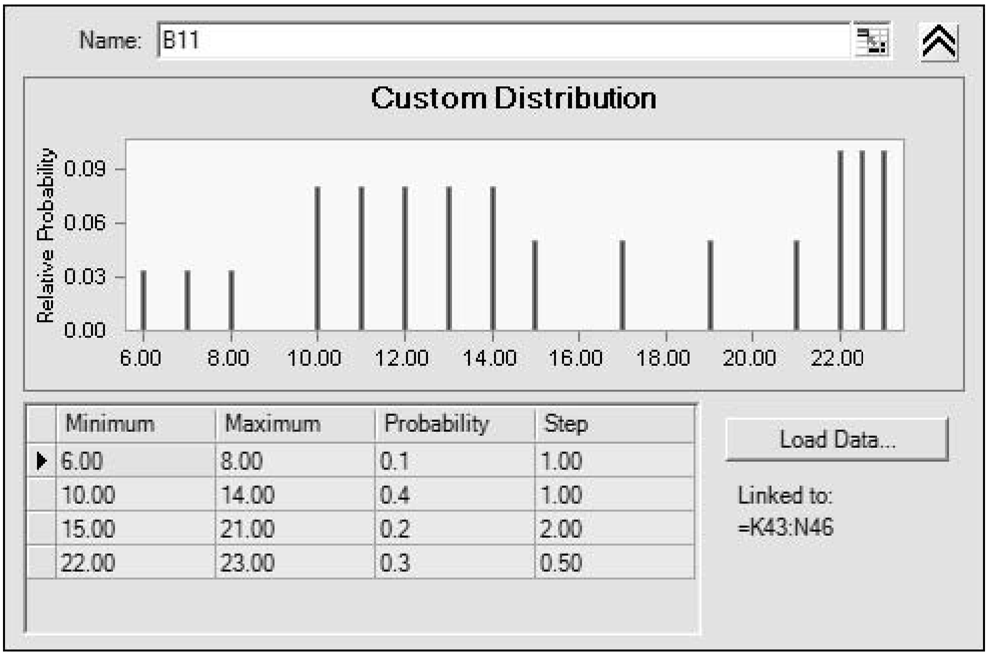


FIGURA A.8 Distribuição Custom especificada com parâmetros Discrete Ranges.

- Ver Figura A.8 para um exemplo da custom PDF com intervalos de valores discretos. Isto é especificado pelos intervalos de valores dentro dos quais the valores discretos têm iguais probabilidades de ocorrências.
- Ver Figura A.9 para um exemplo da custom PDF com intervalos de valores inclinados. Isto é especificado pelos intervalos de valores discretos dentro dos quais as probabilidades aumentam ou diminuem linearmente.

Note que os eixos verticais nas Figuras A.5 até A.9 são todos rotulados como "Relative Probability". Isto significa que a probabilidade que você especificou para definir uma distribuição custom não tem que somar 1.0; entretanto, a probabilidade especificada é dimensionada pelo Crystal Ball tal que os valores usados durante a simulação somem 1.0.

DISCRETE UNIFORM

A distribuição uniforme discreta é usada para modelar a ocorrência randômica para um dos vários possíveis resultados, cada um deles é igualmente provável. Ela pode ser usada como um primeiro modelo na ausência de dados para modelar uma quantidade que varia entre os inteiros $\{a, a + 1, a + 2, . . . , b - 1, b\}$, mas acerca dos quais muito pouco é conhecido.

Parâmetros: Minimum, o valor mínimo, a, um inteiro onde $-\infty < a < \infty$; e Maximum, o valor máximo, b, e inteiro onde $-\infty < b < \infty$, e $a < b$. Ver Figura A.10 para um exemplo deste pdf.

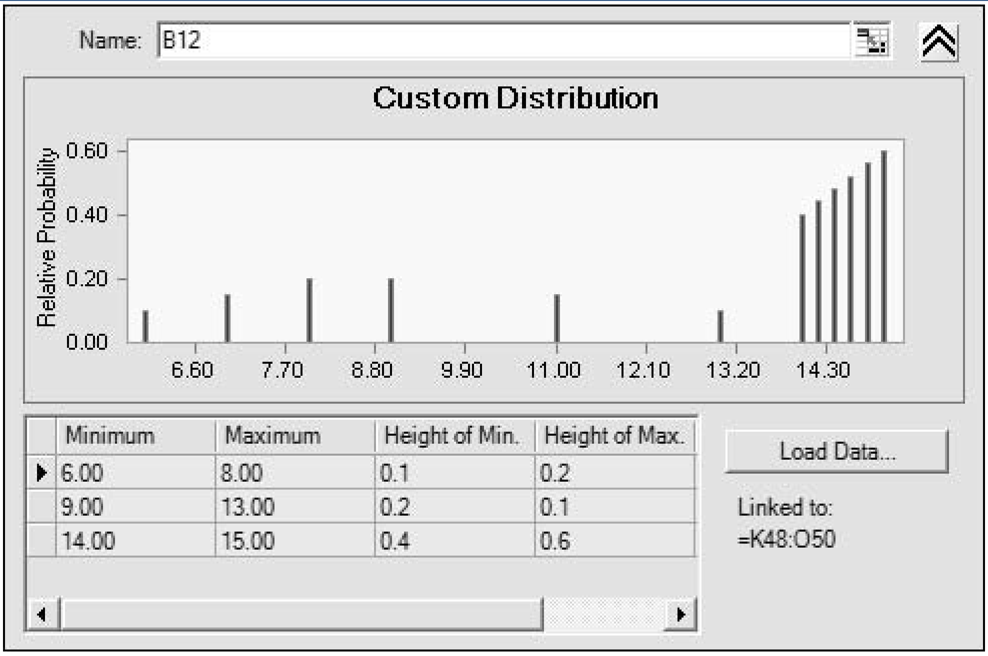


FIGURA A.9 Distribuição Custom especificada com parâmetros Sloping Ranges.

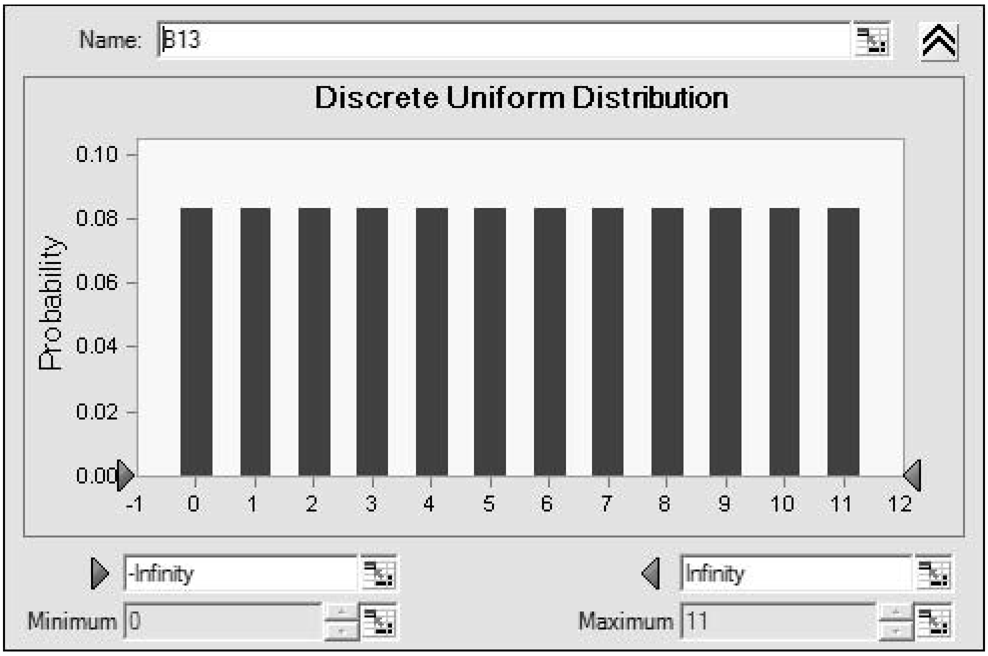


FIGURA A.10 Distribuição uniform discreta com a = 0, e b = 11.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a+1} & para\ a < x < b, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

onde x is um inteiro.

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & se\ x < a, \\ \dfrac{\lfloor x \rfloor - a + 1}{b-a+1} & para\ a < x < b \\ 1 & se\ b < x \end{cases}$$

onde $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor que ou igual a x.

Média:

$$\frac{b-a}{2}$$

Desvio padrão:

$$\sqrt{\frac{(b-a+1)^2-1}{12}}$$

Função Excel:

CB.DiscreteUniform(Min,Max,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Min = a, e Max = b.

Notas: A distribuição uniform discrete para a = 0, e b = 1 é a mesma que a distribuição yes-no com p = 0.5.

EXPONENTIAL

A distribuição exponencial é usada para modelar variáveis randômicas contínuas que são não-negativas. Ela é usada principalmente para modelar o tempo entre eventos randômicos que ocorrem à taxa média constante, tais como o tempo entre chegadas de clientes aos aparelhos de serviços.

Parâmetros: Rate, a taxa media constante, $\lambda > 0$. Ver Figura A.11 para um exemplo daa distribuição Exponential com $\lambda = 10$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & para\ x \geq 0, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

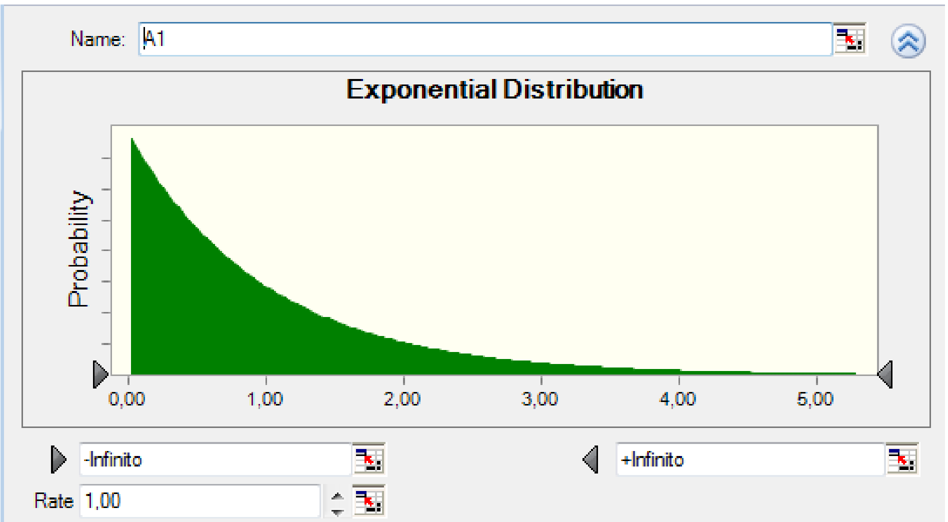


FIGURA A.11 Distribuição Exponential com $\lambda = 10$.

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & para\ x \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Média:

$$1/\lambda$$

Desvio padrão:

Função Excel:

CB.Exponential(Rate,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Rate = λ.

Notas: A distribuição exponencial com taxa λ é um caso especial da distribuição gama (com L = 0, $s = \lambda$, e β = 1), e a distribuição Weibull (com L = 0, $s = \lambda$, e β = 1).

A exponential é a única distribuição continua com a *memoryless property*[1], que para a variável randômica exponencial, X, é definida por

$\Pr(X > s + t | X > s) = \Pr(X > t)$ para todos s, $t > 0$.

Para chegadas de clientes ocorrendo a uma taxa média constante λ, a propriedade falta de memória implica que não importa quanto tempo demorou desde que um cliente tenha chegado, o tempo até a próxima chegada ainda segue a distribuição exponencial com taxa λ.

Os valores da Laplace, que também é conhecida como a distribuição exponencial dupla, podem ser facilmente gerados no Crystal Ball, como segue. Numa célula, defina uma *assumption* X como uma distribuição exponencial com parâmetro λ, e em outra célula defina uma *assumption* B como uma distribuição yes-no com $p = 0.5$. Numa terceira célula, coloque a fórmula $Y = (2B - 1)X$. Daí então Y segue a distribuição de Laplace com média 0 e desvio padrão $1/\sqrt{\lambda}$.

GAMA

A gama é uma distribuição contínua usada frequentemente para modelar o tempo exigido para completer alguma tarefa, tal como o reparo de uma máquina ou espera de um cliente nos aparelhos de serviços.

Parâmetros: Location, o parâmetro localização, L; Scale, o parâmetro de escala, $s > 0$; e Shape, o parâmetro shape, $\beta > 0$. Ver Figura A.12 para um exemplo da distribuição beta com $L = 0$, $s = 1$, e $\beta = 2$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\left(\frac{x-L}{s}\right)^{\beta-1} e^{-\frac{x-L}{s}}}{\Gamma(\beta)s} & para\ x > L, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

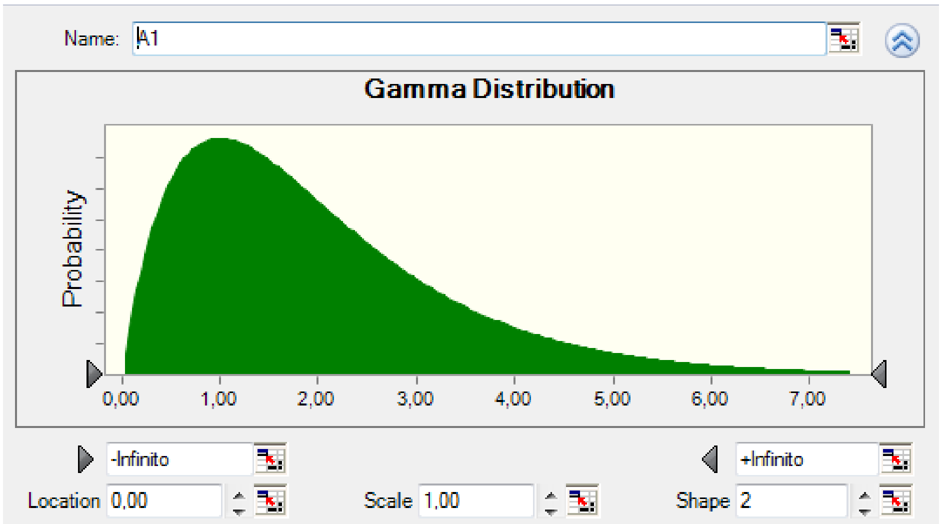


FIGURA A.12 Distribuição Gama com $L = 0$, $s = 1$, e $\beta = 2$.

onde $\Gamma(\cdot)$ é a função gama definida na seção distribuição beta deste apêndice.

CDF: Se β não é um inteiro, não existe forma fechada; para um inteiro β

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\frac{x-L}{s}} \sum_{i=0}^{\beta-1} \dfrac{\left(\frac{x-L}{s}\right)^{i}}{i!} & para\ x \geq L \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Média:

$$s\beta$$

[1] Propriedade perda de memória

Desvio padrão:

$$s\sqrt{\beta}$$

Função Excel:

CB.Gamma(Loc,Scale,Shape,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

Notas: A distribuição gama com $L = 0$, e $\beta = 1$ é a mesma que a distribuição Exponential com taxa s.

A distribuição gama com $L = 0$, e $\beta = k$, onde k é um inteiro positivo é chamada distribuição k-Erlang com taxa s.

Para um inteiro positivo, k, a distribuição gama com $L = 0$, $\beta = k/2$, e $s = 2$ é a mesma que a distribuição chi-quadrado com k graus de liberdade.

GEOMETRIC

A distribuição geométrica é usada para modelar o número de trials para obter o primeiro sucesso numa sequência de trials IID Bernoulli com probabilidade p de sucesso em cada trial. Por exemplo, ela pode ser aplicada para modelar o número de pedidos que um vendedor faz para obter sua primeira venda, o número de itens num lote de tamanho randômico, ou o número de itens demandados por um cliente.

Parâmetros: Probability, a probabilidade de sucesso, p. Ver Figura A.13 para um exemplo da PDF geometric com p = 0.2.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1} & para\ x \in \{1, 2, 3, \ldots\}, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (1-p)^{\lfloor x \rfloor} & para\ x \geq 1 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

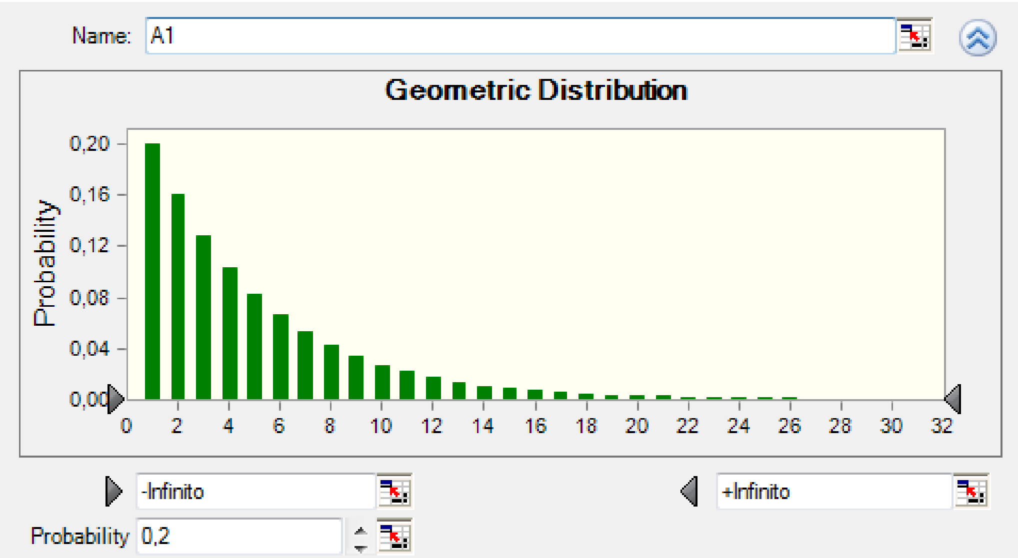


FIGURA A.13 Distribuição Geométrica com p = 0.2.

Média:

$$\frac{1}{p}$$

Desvio padrão:

$$\frac{\sqrt{1-p}}{p}$$

Função Excel:

CB.Geometric(Prob,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Prob = p.

Notas: A distribuição geometric é um análogo discreto da distribuição exponential, e é a única distribuição discreta com a *memoryless property*, que para a variável randômica geometric random, Y, é definida por

$\Pr(Y - k = m | Y \geq k) = \Pr(Y = m)$ for $k \geq 0$ and $m = 0, 1, \ldots$

Para um jogador fazendo a mesma aposta na roleta que tem probabilidade p de ganhar, a *memoryless property* implica que não importa quantas vezes o jogador tem apostado, o número de voltas da roleta até o jogador ganhar ainda segue a distribuição geometric.

Uma forma alternativa da distribuição geometric envolve o número de trials Bernoulli trials até, mas não incluindo, o primeiro sucesso. A variável randômica definida por um sorteio de uma distribuição geometric com probabilidade, p, segue a distribuição binomial negativa com probabilidade, p, e parâmetro shape, $\beta = 1$.

HYPERGEOMETRIC

A hypergeometric is a distribuição discreta do número de sucessos numa amostra sorteada sem reposição de uma população com números conhecidos de sucessos e fracassos.

Parâmetros: Success, o número de itens bem sucedidos na população, N_x; Trials, o número de itens na amostra, n; e Population, o tamanho da população, N. O número de fracassos na população é $N - N_x$. Ver Figura A.14 para um exemplo da distribuição hypergeometric com $N_x = 50$, $n = 50$, e $N = 100$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\binom{N_x}{x}\binom{N-N_x}{n-x}}{\binom{N}{n}} & para\ a \leq x \leq b, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

onde x é um inteiro, $a = \max[0, n - N + N_x]$, e $b = \min[N_x, n]$.

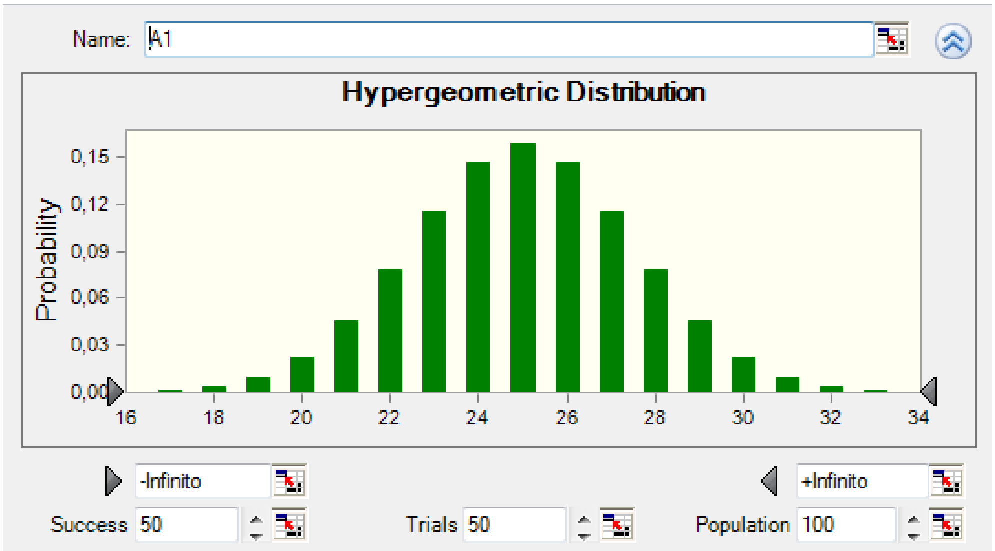


FIGURA A.14 Distribuição hypergeometric com $N_x = 50$, $n = 50$, e $N = 100$.

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & para\ a < x \\ \sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor} \dfrac{\binom{N_x}{i}\binom{N-N_x}{n-i}}{\binom{N}{n}} & para\ a \leq x \leq b \\ 1 & se\ b < x \end{cases}$$

Média:

$$n\left(\frac{N_x}{N}\right)$$

Desvio padrão:

$$\sqrt{n\left(\frac{N_x}{N}\right)\left(1 - \frac{N_x}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}$$

Função Excel:

CB.Hypergeometric2(Success,Trials,Population,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Success = N_x, Trials = n, e Population = N.

Notas: Você não pode especificar $N > 1000$ ou $n > 1000$ para a distribuição hypergeometric do Crystal Ball. Para modelar uma tal situação, use como uma aproximação a distribuição normal com média e desvio padrão computados de acordo com as expressões acima, e truncadas em 0 e $n + 0.99999$. Use o comando do Excel =ROUNDDOWN(number,num digits) para obter um valor discreto.

LOGISTIC

A logistic é uma distribuição contínua que aparece frequentemente próxima ao topo da lista de distribuições que o Crystal Ball sugere quando ajusta distribuições para retornos de ações e outros dados financeiros. Ela tem uma cauda mais fatter que a distribuição normal. O excess de curtose da distribuição logistic é 1.2. A distribuição logistic tem sido aplicada para modelas nas áreas de crescimento populacional, atividades biológicas, diagnósticos médicos, e saúde pública, entre outros. Para maiores informações sobre a distribuição logistic, ver Balakrishnan (1991).

Parâmetros: Média, a média da distribuição, μ; e Scale, o parâmetro scale, $s > 0$. Ver Figura A.15 para um exemplo da distribuição logistic padrão, que tem $\mu = 0$ e $s = 1$.
PDF:

$$f(x) = \frac{sech^2\left[\frac{x-\mu}{2s}\right]}{4s} \quad \text{para } -\infty < x < \infty$$

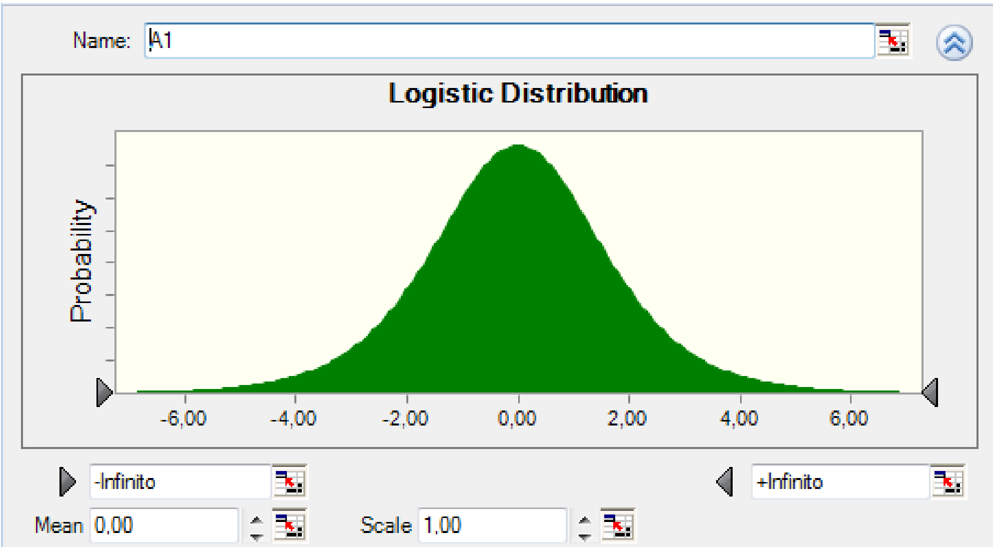


FIGURA A.15 Logistic distribuição with $\mu = 0$ and $s = 1$.

ou

$$f(x) = \frac{z}{s(1+z)^2} \qquad \text{para } -\infty < x < \infty$$

onde $z = e^{-(x-\mu)/s}$

CDF:

$$F(x) = \left\{1 - \frac{1}{1+z} \right. \quad \text{para } -\infty < x < \infty$$

Média:

$$\mu$$

Desvio padrão:

$$\frac{\pi s}{\sqrt{3}}$$

Função Excel:

CB.Logistic(Mean,Scale,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Mean = μ e Scale = s.

Notas: Devido a PDF da distribuição logistic poder ser expressa em termos do quadrado da função secante hiperbólica, sech, ela alguma vezes é chamada de distribuição sech quadrada.

LOGNORMAL

Se ln(X), o logaritmo natural da variável randômica X, seguir uma distribuição normal, então X é dito seguir a distribuição lognormal. A distribuição lognormal surge frequentemente na modelagem financeira e análise de risco por causa da versão produto do efeito limite central (ver seção 4.1.7).

Parâmetros: Mean, a média, $\mu_L > 0$; e Std. Dev., o desvio padrão, $\sigma_L > 0$. Ver Figura A.16 para um exemplo da PDF lognormal com $\mu_L = 2.72$ e $\sigma_L = 1$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(\ln x-\mu^2/2\sigma^2} & para\ x > 0, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

onde

$$\mu = \ln \mu_L - \frac{1}{2}\ln(1 + \frac{\sigma_L^2}{\mu_L^2})$$

e

$$\sigma = \sqrt{\ln(1 + \frac{\sigma_L^2}{\mu_L^2})}$$

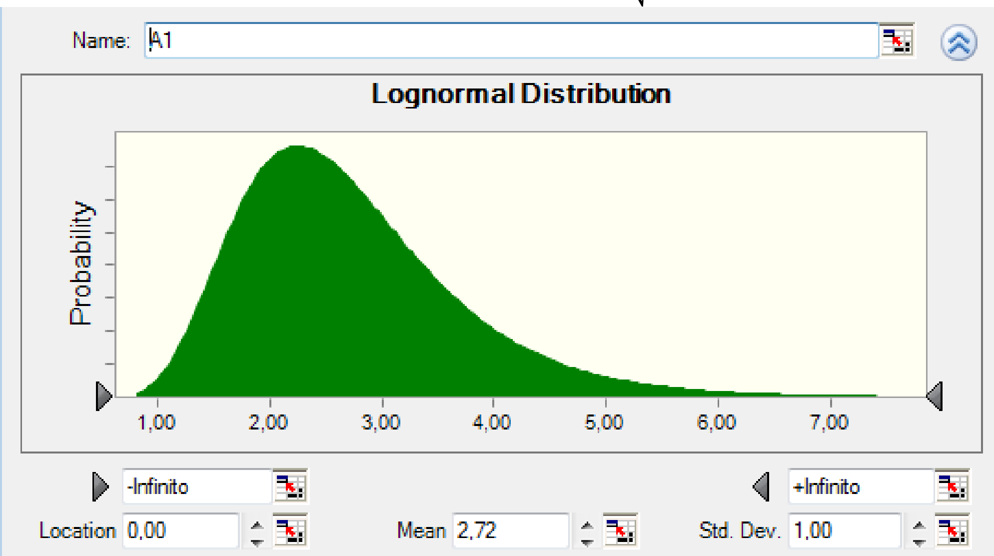


FIGURA A.16 Distribuição Lognormal com $\mu_L = 2.72$ e $\sigma_L = 1$.

CDF: Nenhuma forma fechada.

Média:

$$\mu_L = e^{\mu + \sigma^2/2}$$

Desvio padrão:

$$\sigma_L = \sqrt{e^{2\mu+\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)}$$

Função Excel:

CB.Lognormal2(LogMean,LogStdDev,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde LogMean = μ_L, e LogStdDev = σ_L. Você pode também usar

CB.Lognormal(Mean,StdDev,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Mean = μ, e StdDev = σ .

Notas: Certifique-se de manter clara a diferença entre μ_L e σ_L, a média e o desvio padrão da variável randômica lognormal, X; e μ e σ, a média e desvio padrão da distribuição normal seguida por ln(X), o logaritmo natural de X.

MAXIMUM EXTREME

A distribuição maximum extreme é a forma positivamente assimétrica da distribuição extreme value. distribuição *maximum extreme* do Crystal Ball é algumas vezes chamada distribuição extreme value do tipo 1. Tem sido aplicada para modelos nas areas de fluxos de fluidos, emissões radioativas e tempo de vida humana, ruptura de sólidos, magnitudes de terremotos, estimativas de prêmios de seguros, e movimento de mercado acionário, entre outros. Para mais informações, ver de Haan e Ferreira (2006).

Parâmetros: Likeliest, a moda, *m*; e Scale, o parâmetro scale, $s > 0$. Ver Figura A.17 para um exemplo deste PDF com $m = 0$ e $s = 1$, que é chamada como a distribuição maximum extreme padrão, ou a distribuição Gumbel.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{z}{s} e^{-z} \text{ para } -\infty < x < \infty \\ 0 \quad \textit{caso contrário} \end{cases}$$

onde

$$z = e^{-(x-m)/s}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} e^{-z} \text{ para } -\infty < x < \infty \\ 0 \quad \textit{caso contrário} \end{cases}$$

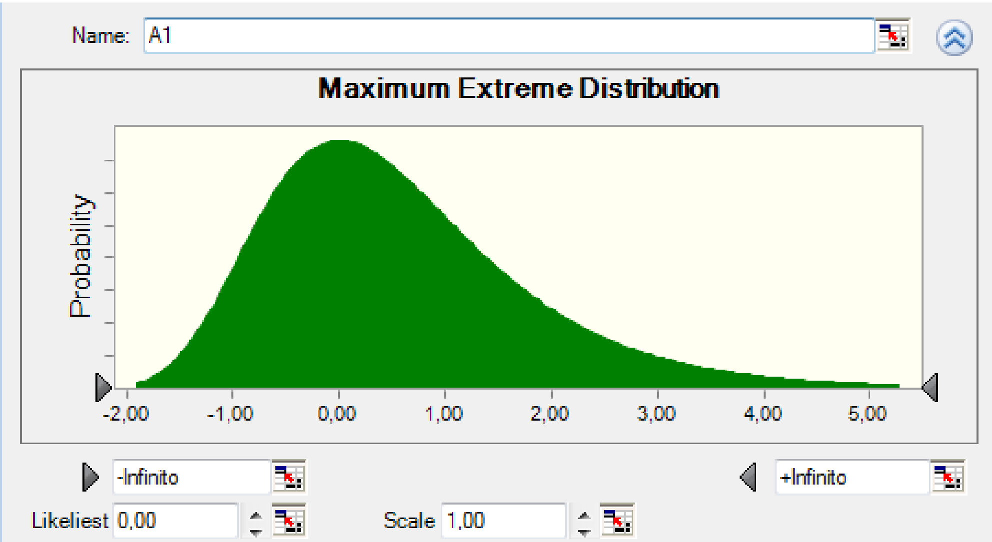


FIGURA A.17 Distribuição *maximum extreme* com $m = 0$, e $s = 1$.

Média:

$$m + 0.57722s$$

Desvio padrão:

$$\frac{s\pi}{\sqrt{6}}$$

Função Excel:

CB.MaxExtreme(Likeliest,Scale,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Likeliest = *m*, e Scale = *s*.

Notas: A distribuição maximum extreme tem coeficiente de assimetria 1.139547, e *excess kurtosis* 2.4.

Devido a forma funcional de $f(x)$, a distribuição *maximum extreme* é algumas vezes chamada de distribuição *doubly exponencial*. Não confunda a distribuição *doubly exponencial* com a distribuição *double exponential* (conhecida também como Laplace).

MINIMUM EXTREME

Parâmetros: Likeliest, a moda, *m*; e Scale, o parâmetro scale, $s > 0$. Ver Figura A.18 para um exemplo deste PDF com $m = 0$, e $s = 1$, que é chamada de distribuição *minimum extreme* padrão.

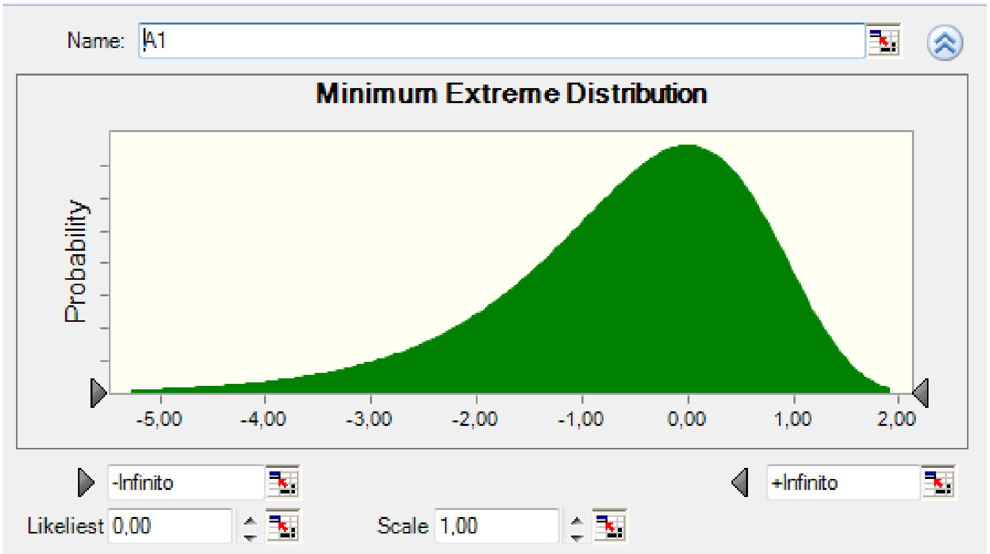


FIGURA A.18 Distribuição *minimum extreme* com $m = 0$, e $s = 1$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{z}{s}\, e^{-z} \text{ para } -\infty < x < \infty \\ 0 \qquad caso\ contrário \end{cases}$$

onde

$$z = e^{(x-m)/s}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} e^{-z} \text{ para } -\infty < x < \infty \\ 0 \qquad caso\ contrário \end{cases}$$

Média:

$$m - 0.57722s$$

Desvio padrão:

$$\frac{s\pi}{\sqrt{6}}$$

Função Excel:

CB.MinExtreme(Likeliest,Scale,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Likeliest = m e Scale = s.

Notas: A distribuição minimum extreme tem coeficiente de assimetria −1.139547, e *excess kurtosis* 2.4.

NEGATIVA BINOMIAL

A *assumption* negativa binomial no Crystal Ball é a distribuição discreta do número total de trials de Bernoulli exigido para obter exatamente β sucessos onde cada trial Bernoulli tem probabilidade de sucesso, p. Assim, o menor valor que uma assumption negativa binomial do Crystal Ball pode gerar é β, e o maior número potencial é infinitamente grande.

Parâmetros: Probability, a probabilidade de sucesso em cada trial, p onde $0 < p < 1$; e Shape, o número de sucessos, β, onde $\beta > 0$ éum inteiro. Ver Figura A.19 para um exemplo da negativa binomial PDF com $p = 0.2$, e $\beta = 10$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\binom{x-1}{\beta-1} p^{\beta} (1-p)^{x-\beta}}{\binom{N}{n}} & para\ x \geq b, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

onde x é um inteiro.

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} \sum_{i=\beta}^{\lfloor x \rfloor} \binom{i-1}{\beta-1} p^{\beta} (1-p)^{i-\beta} & para\ x \geq b, \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

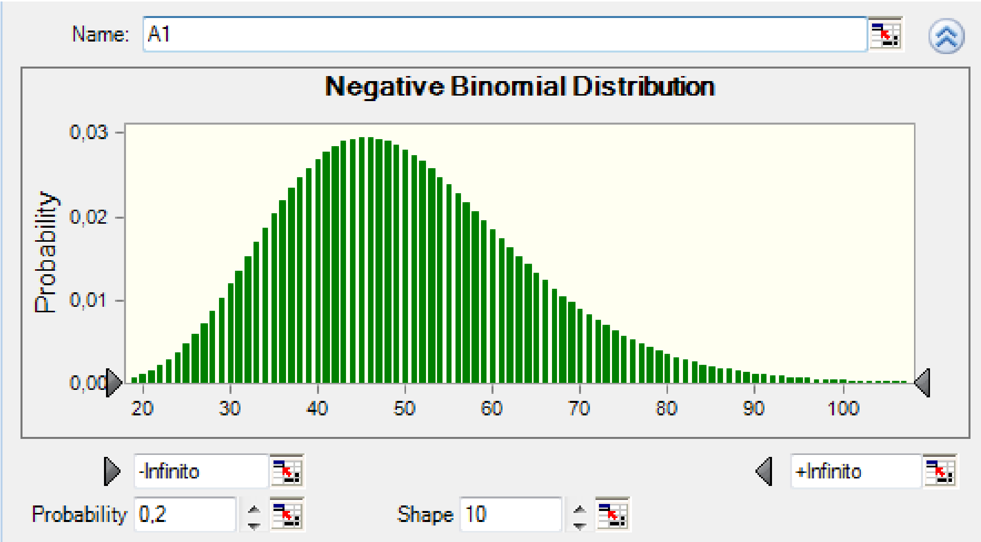


FIGURA A. 19 Negativa distribuição binomial with p = 0.2, and β = 10.

Média:

$$\beta/p$$

Desvio Padrão:

$$\sqrt{\beta(1-p)/p}$$

Função Excel:

CB.NegBinomial(Prob,Shape,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Prob = p e Shape = β.

Notas: A distribuição binomial negativa também é definida para um não inteiro β, mas não é implementada no Crystal Ball para tais valores de β.

NORMAL

A normal é de forma argumentável a distribuição contínua melhor conhecida por causa do Teorema do Limite Central (ver Capítulo 4) e sua aplicação em muitos campos. A normal é algumas vezes chamada de distribuição Gaussiana. Para mais informações sobre a distribuição Normal, ver Patel e Read (1996).

Parâmetros: Mean, o parâmetro localização, μ, onde $-\infty < \mu < \infty$; e Std. Dev., o parâmetro *scale*, σ, onde $\sigma > 0$. Ver Figura A.20 para um exemplo da distribuição normal padrão, que tem parâmetros μ = 0, e σ = 1.

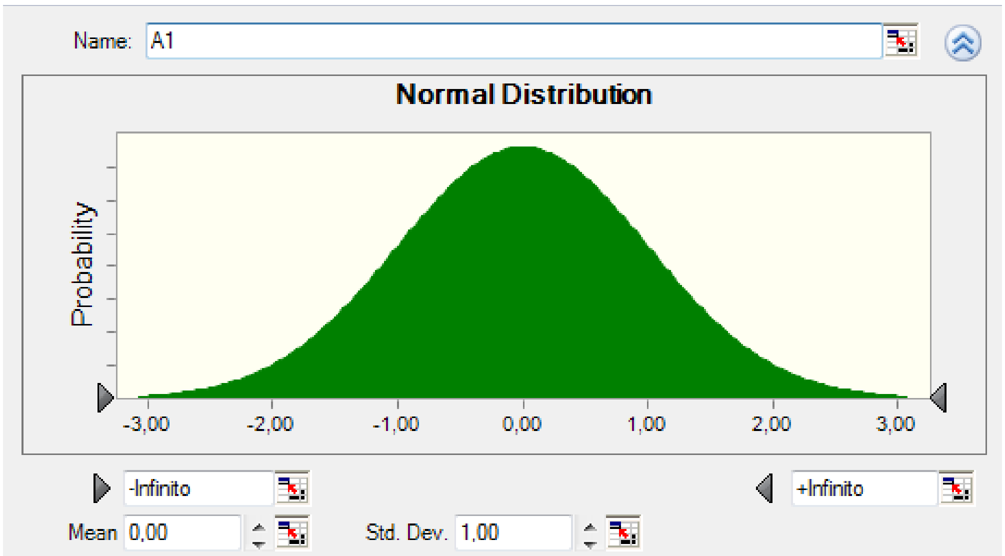


FIGURA A.20 Disrtibuição Normal com μ = 0 e σ = 1.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} & \text{para } -\infty < x < \infty \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF: Nenhuma forma fechada.

Média:

$$\mu$$

Desvio padrão:

$$\sigma$$

Função Excel:

CB.Normal(Mean,StdDev,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Mean = μ e StdDev = σ .

Notas: A normal distribuição é simétrica, assim tem coeficiente de assimetria 0. O coeficiente de curtose de qualquer distribuição normal é 3. Como a distribuição normal é a padrão para a qual o coeficiente de curtose de qualquer outra distribuição é frequentemente comparada, os estatísticos têm definido o coeficiente *excess kurtosis* como sendo igual ao coeficiente de curtose menos 3.

PARETO

A Pareto é uma distribuição contínua primeiramente usada por Vilfredo Pareto nos anos de 1800´s para descrever a distribuição de renda de uma população. Para mais informações sobre a distribuição de Pareto, ver Arnold (1983).

Parâmetros: Location, o parâmetro localização, L, onde $L > 0$; e Shape, o parâmetro shape, β, onde $\beta > 0$. Ver Figura A.21 para um exemplo da distribuição Pareto com $L = 1$, e $\beta = 2$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta L^{\beta}}{x^{\beta+1}} & \text{para } x \geq L \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (\frac{L}{x})^{\beta} & \text{para } x \geq L \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Média:

$$\frac{\beta L}{\beta - 1} \quad \text{para } \beta > 1$$

Desvio padrão:

$$\frac{\beta L^2}{(\beta-1)^2(\beta-2)} \quad \text{para } \beta > 1$$

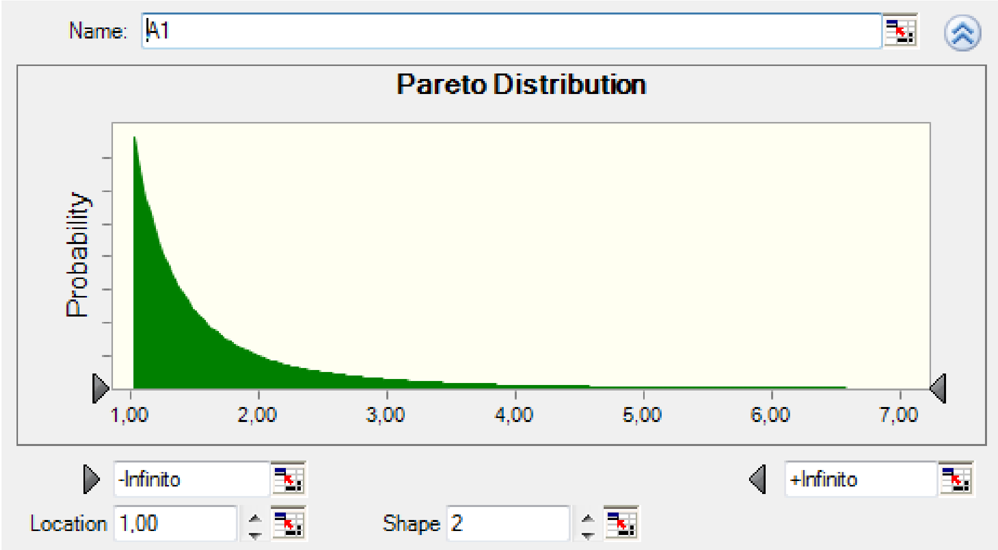


FIGURA A.21 Distribuição de Pareto com L = 1 e β = 2.

Função Excel:

CB.Pareto(Loc,Shape,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Loc = L, e Shape = β.

Notas: O trabalho de Pareto deu origem à assim chamada regra 80–20, onde por ela é mantido que 80% da riqueza de uma sociedade é propriedade de 20 % da população. Esta regra foi expandida para outras aplicações, e forma a base do gráfico de Pareto na administração de qualidade *Six Sigma*.

POISSON

A Poisson é a distribuição discreta do número de eventos que ocorrem numa área fixa de oportunidade quando os eventos estão ocorrendo a uma taxa constante.

Parâmetros: Rate, a taxa constante de ocorrência, λ, onde $\lambda > 0$. Ver Figura A.22 para um exemplo da distribuição de Poisson com $\lambda = 10$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} & \text{para } x \geq 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

onde x is um inteiro.

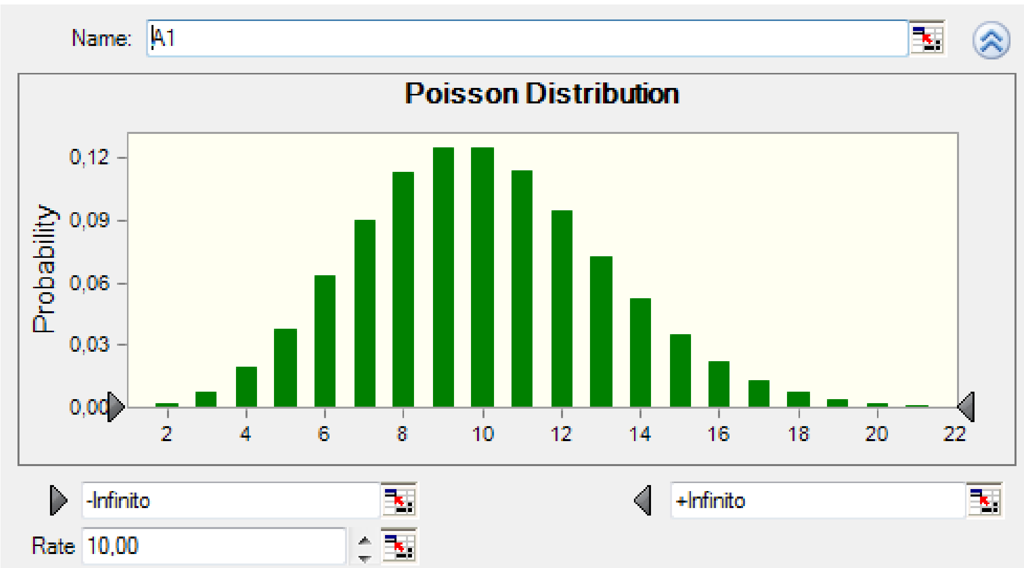


FIGURA A.22 Distribuição de Poisson com $\lambda = 10$.

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{x} \lambda^i \, e^{-\lambda}/i! & \text{para } x \geq L \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Média:

$$\lambda$$

Desvio padrão:

$$\sqrt{\lambda}$$

Função Excel:

CB.Poisson(Rate,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Rate = λ,

Notas: A distribuição de Poisson é usualmente aplicada a situações em que o número das oportunidades potenciais para os resultados ocorrerem for grande, mas a probabilidade de cada ocorrência é relativamente pequena.

Uma notável aplicação da distribuição de Poisson foi o número de mortes por ano da kicks by horses na Prussian Army Corps (Bortkiewicz 1898; ver também Quine e Seneta 1987).

T de STUDENT

Parâmetros: Midpoint, o ponto médio da distribuição, m, onde $-\infty < m < \infty$; Scale, o parâmetro scale, s, onde $s > 0$; e Deg. Freedom, o número de graus de liberdade, d, um inteiro onde $0 < d \leq 30$. Ver Figura A.23 para um exemplo da distribuição t de Student com $m = 0$, $s = 1$, e $d = 5$.

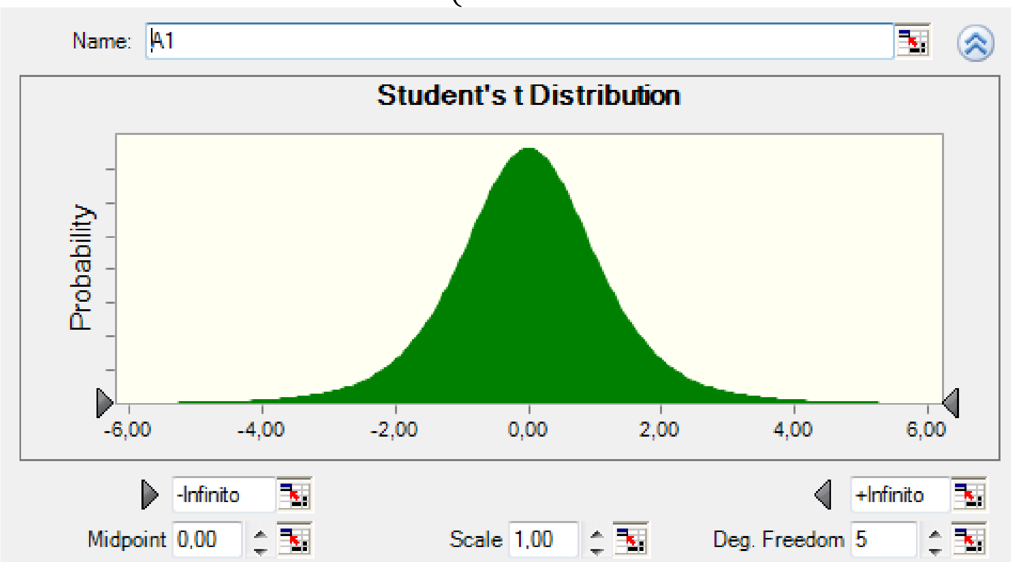
PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\frac{d+1}{2}\right)}{\sqrt{d\pi}\,\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)\left(1+\frac{z^2}{d}\right)^{\frac{d+1}{2}}} & \text{para } -\infty < x < \infty \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

onde $z = \frac{x-m}{s}$, e $\Gamma(.)$ é a função Gama definida na discussão da distribuição beta neste apêndice.

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} + tan^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{d}}\right) + \frac{z\sqrt{d}}{d+z^2} x \sum_{j=0}^{(d-3)/2} \frac{a_j}{\left(1+\frac{z^2}{d}\right)^j} & \text{para d ímpar e } -\infty < x < \infty \\ \frac{1}{2} + \frac{z}{2\sqrt{d+z^2}} x \sum_{j=0}^{(d-2)/2} \frac{b_j}{\left(1+\frac{z^2}{d}\right)^j} & para\ d\ par\ e\ -\infty < x < \infty \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$



onde $z = \frac{x-m}{s}$, $a_j = [2j/(2j+1)]\, a_{j-1}$, $a_0 = 1$, $b_j = [(2j-1)/2j]\, b_{j-1}$, e $b_0 = 1$.

Média:

m, para $d > 1$

Desvio padrão:

$\sqrt{sd/(d-2)}$ para $d > 2$

Função Excel:

CB.StudentT(Midpoint,Scale,Degrees,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

Notas: A distribuição t de Student com $m = 0$ e $d = 1$ é chamada de distribuição de Cauchy padrão, para a qual a média e o desvio padrão não existem (são infinitos).

TRIANGULAR

A distribuição triangular é usada mais frequentemente como distribuição aproximada na ausência de dados. Seu uso como aproximação à distribuição normal é discutido em Bell (1962).

Parâmetros: Minimum, o valor mínimo, a, onde $-\infty < a < \infty$; Likeliest, a moda, m, onde $-\infty < a \leq m < \infty$; e Maximum, o valor máximo, b, onde $-\infty < a \leq m \leq b < \infty$, mas $a < b$. Ver Figura A.24 para um exemplo da distribuição Triangular com $a = -10$, $m = 0$, e $b = 10$.

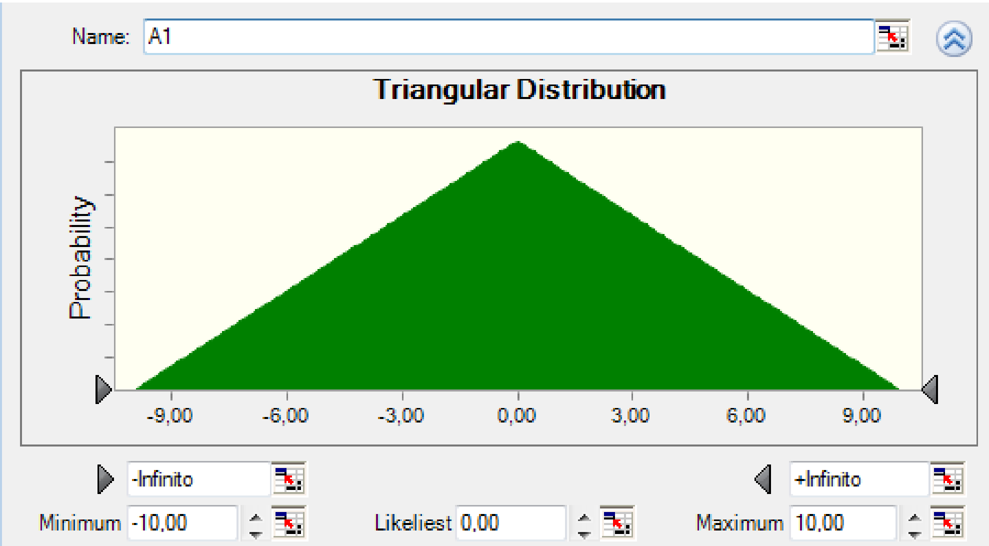


FIGURA A.24 Triangular distribuição com $a = -10$, $m = 0$, e $b = 10$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(m-a)(b-a)} & \text{para } a \leq x \leq m \\ \frac{2(b-x)}{(b-m)(b-a)} & \text{para } m \leq x \leq b \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x < a \\ \frac{(x-a)^2}{(m-a)(b-a)} & \text{para } a \leq x \leq m \\ 1-\frac{(b-x)^2}{(b-m)(b-a)} & \text{para } m \leq x \leq b \\ 1 & \text{para } b<x \end{cases}$$

Média:

$$\frac{a + m + b}{3}$$

Desvio padrão:

$$\sqrt{\frac{a^2 + m^2 + b^2 - am - ab - bm}{18}}$$

Função Excel:

CB.Triangular(Minimum,Likeliest,Maximum,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Minimum = a, Likeliest = m, e Maximum = b.

Notas: A distribuição triangular padrão é obtida quando $a = 0$ e $b = 1$. Se $m = 1/2$, a distribuição triangular padrão é simétrica. Para mais informações sobre a distribuição triangular, ver Ayyangar (1941).

UNIFORM

A distribuição uniform é usada mais frequentemente como uma distribuição grosseira na ausência de dados. Ela se aplica a qualquer variável randômica contínua para a qual os maiores e os menores valores possíveis podem ser especificados, com igual probabilidade para a ocorrência de qualquer valor entre os valores máximo e mínimo.

Parâmetros: Minimum, o valor mínimo, a, onde $-\infty < a < \infty$; e Maximum, o valor máximo, b, onde $-\infty < a < b < \infty$. Ver Figura A.25 para um exemplo da distribuição uniform com $a = -10$ e $b = 10$.

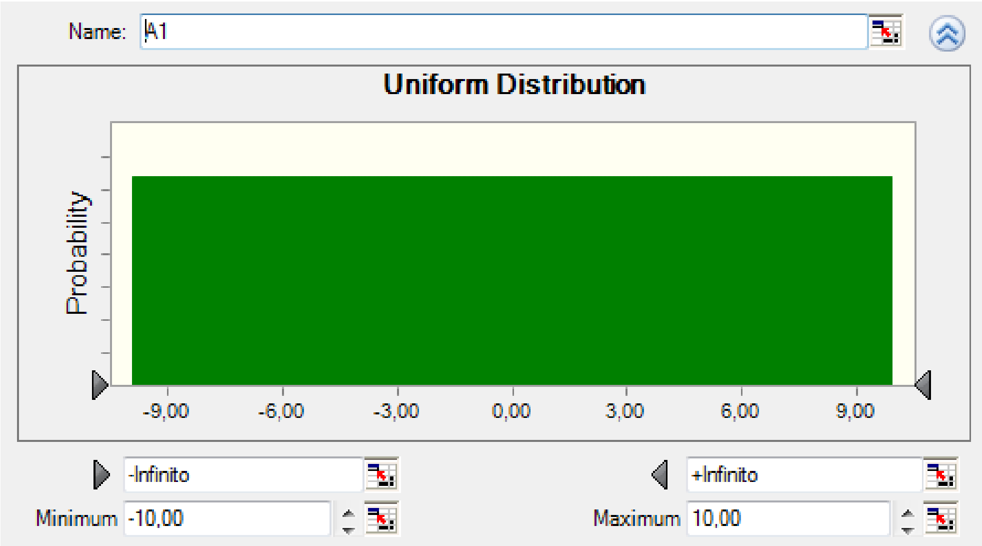


FIGURA A.25 Distribuição Uniform com $a = -10$ e $b = 10$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{para } a < x < b \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & para\ x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & para\ a \geq x \geq b \\ 1 & para\ b < x \end{cases}$$

Média:

$$\frac{a + b}{2}$$

Desvio padrão:

$$\frac{b - a}{\sqrt{12}}$$

Função Excel:

CB.Uniform(Min,Max,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Min = a, e Max = b.

Notas: A distribuição uniform com $a = 0$ e $b = 1$ é usada na geração de variáveis de todas as outras distribuições do Crystal Ball. Ver Apêndice B, para detalhes.

WEIBULL

A distribuição Weibull é largamente usada na prática da engenharia para representar o tempo de vida de um componente de um sistema composto de muitas partes que falham quando a primeira destas partas falharem. A Weibull tem sido aplicada a problemas na area de Alturas de marés, eficácia de tratamento médico, exigências de seguros, manutenção de postes de iluminação, explosão de rochas, e planejamento de trocas. Para mais informações sobre a distribuição Weibull, ver Prabhakar Murthy, Min, e Jiang (2004).

Parâmetros: Location, o parâmetro localização, L, onde $-\infty < L < \infty$; Scale, o parâmetro scale, s, onde $s > 0$; e Shape, o parâmetro shape, β, onde $\beta > 0$. Ver Figura A.26 para um exemplo da Weibull distribuição com $L = 0$, $s = 1$, e $\beta = 2$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta}{s}\left(\frac{x-L}{s}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-L}{s}\right)} & \text{para x} \geq \text{L} \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x-L}{s}\right)^{\beta}} & \text{para x} \geq \text{L} \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

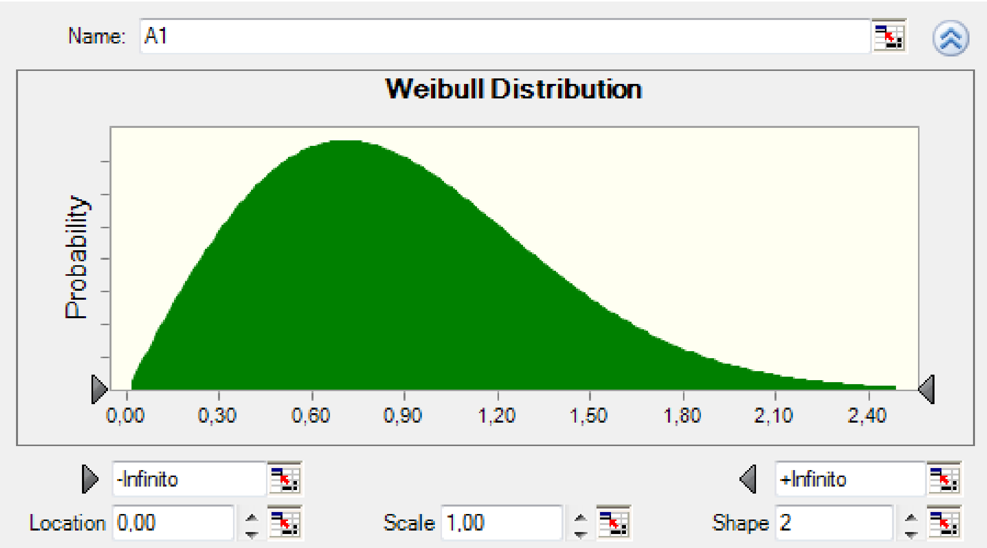


FIGURA A.26 Weibull distribuição with $L = 0$, $s = 1$, and $\beta = 2$.

Mèdia:

$$L + s\Gamma\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]$$

onde $\Gamma[\cdot]$ é a função gama definida na seção A.2.

Desvio padrão:

$$\sqrt[s]{\left(\Gamma\left[\frac{\beta+2}{\beta}\right] - \left\{\Gamma\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]\right\}^2\right)}$$

Função Excel:

CB.Weibull(Loc,Scale,Shape,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Loc = L, Scale = s, e Shape = β.

Notas: A distribuição Weibull com $\beta = 2$ é conhecida também como distribuição Rayleigh.

YES-NO

A distribuição *yes-no* descreve a ocorrência randômica com dois resultados possíveis, que são usualmente denotados por $x = 1$ (um "sucesso") e $x = 0$ ("fracasso").

Parâmetros: Probability of Yes(1), a probabilidade de um sucesso, p, onde $0 < p < 1$. Ver Figura A.27 para um exemplo da distribuição yes-no com $p = 0.8$.

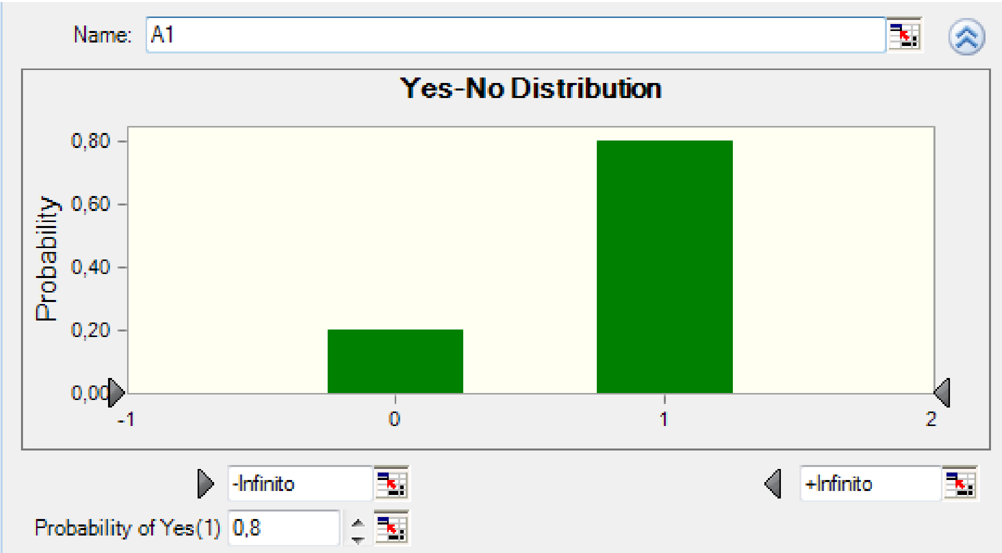


FIGURA A.27 Distribuição *Yes-No* com $p = 0.8$.

PDF:

$$f(x) = \begin{cases} 1-p & \text{para } x=0 \\ p & \text{para } x=1 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

CDF:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } x<0 \\ 1-p & \text{para } 0 \le x \le 1 \\ 1 & para\ 1 \ge x \end{cases}$$

Média:

$$p$$

Desvio padrão:

$$\sqrt{p(1-p)}$$

Função Excel:

CB.YesNo(Prob,LowCutoff,HighCutoff,NameOf)

onde Prob = p.

Notas: A distribuição *yes-no* é também conhecida como distribuição de Bernoulli, e é equivalente à distribuição binomial com $n = 1$.